



UNIVERSITÀ
CATTOLICA
del Sacro Cuore

**Note di statistica descrittiva
e
primi elementi di calcolo delle probabilità
Temi d'esame (testi)**

G. Boari, G. Cantaluppi

Dipartimento di Scienze statistiche
Università Cattolica del Sacro Cuore
Milano

Presentazione

Nel documento sono riportati i testi delle prove di esame assegnati a partire dall'anno accademico 2012/2013. La formulazione dei testi è stata curata dai docenti del Dipartimento di Scienze statistiche responsabili degli insegnamenti di Statistica 1 presso la Facoltà di Economia e di Statistica per l'Interfacoltà Economia-Lettere e Filosofia.

Si suggerisce di utilizzare Adobe Acrobat Reader DC per visualizzare il presente documento.

Muovendosi con il mouse sui simboli  di commento¹ appaiono delle indicazioni su come risolvere gli esercizi.

È, inoltre, possibile muoversi tra i 4 file (presenti sul sito <http://www.educatt.com/libri/materiali>) essendo disponibili i seguenti collegamenti ipertestuali:²

- BCtestilink.pdf → BCtestisol.pdf:  vai al tema con le soluzioni
dal testo del tema → al tema contenente le soluzioni in versione sintetica;
- BCtestilink.pdf → BCsoluzioni.pdf:  vai alla soluzione dell'esercizio
dal testo dell'esercizio → alla soluzione estesa dello stesso;
- BCtestilink.pdf → BCslides.pdf: 
dal testo del tema → al punto della dispensa³ dove vengono trattati gli argomenti oggetto dell'esercizio;
- BCslides.pdf → BCtestisol.pdf: 
da molti degli esercizi proposti nella dispensa → al tema contenente le soluzioni.

Suggerimento sull'utilizzo di Acrobat Reader per aprire i file in 3 finestre sempre attive:

- dal menu a tendina Modifica aprire l'opzione 'Preferenze...'
- nella Categoria 'Documenti' *deselezionare* l'opzione 'Apri link tra documenti nella stessa finestra'

- In Acrobat DC è prevista una struttura di navigazione tra documenti, cosiddetta a schede o tab (come avviene con i browser internet). Il comando CTRL+TAB ( + ) consente di spostarsi da una scheda (documento) all'altra.
- È possibile recuperare lo spazio occupato a destra sullo schermo dal pannello degli strumenti *deselezionando* nella Categoria 'Documenti' l'opzione 'Apri pannello strumenti per ogni documento'.

- È possibile avvalersi della modalità tradizionale di visualizzazione dei documenti di Acrobat *deselezionando* nella Categoria 'Generali' l'opzione 'Apri documenti come nuove schede nella stessa finestra (è necessario il riavvio)'.
- In tal caso il comando CTRL+SHIFT+L ( +  + ) consente di affiancare verticalmente le 3 finestre.
- Valgono, inoltre, i comandi generali di Windows: ALT+TAB ( + ) oppure CTRL+F6 ( + ) che consentono di spostarsi da un documento all'altro.

¹I simboli di commento figurano nel file BCtestilink.pdf presente sul sito <http://www.educatt.com/libri/materiali>.

²Dal momento che l'architettura core di Adobe Acrobat DC è predisposta in modo da lavorare su più sistemi operativi, salvare i 4 file in una stessa cartella in un percorso il cui nome non contenga spazi, punti, etc., altrimenti verrà visualizzato un avviso di sicurezza quando si utilizza un collegamento ipertestuale. Utilizzare, ad esempio, C:\Documenti\Statistica con Windows o /Users/yourname/Statistica con Mac o Linux.

³G. Boari, G. Cantaluppi, 2019, Note di statistica descrittiva e primi elementi di calcolo delle probabilità, EDUCatt, Milano.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano
 FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA
 CORSO DI STUDIO IN ECONOMIA E GESTIONE DEI BENI CULTURALI E DELLO SPETTACOLO
 Prova scritta di STATISTICA del 10.01.2013 (Tema 271)
Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento a 210 soggetti sono stati rilevati il genere, X , (con modalità m e f) e la spesa mensile, Y ripartita in classi. I seguenti prospetti riportano la distribuzione delle frequenze assolute di X e delle densità di frequenza di Y :

x_i	n_i	$h_{i-1} \rightarrow h_i$	d_i
m	30	10 \rightarrow 20	6
f	180	20 \rightarrow 40	4.5
		40 \rightarrow 50	6

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni delle frequenze di X e Y $\hookrightarrow \hookrightarrow$ e si riassumano le due variabili con opportuni indici di posizione e di variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcolino la media armonica e una misura di asimmetria per Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica delle vendite di un'azienda tra il 2006 e il 2010:

t	x_t	$NIBM$
2006	205	
2007	290	
2008	315	
2009	340	
2010	225	

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2008 e il 2010, commentando il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	6	6	7	8	8
y_i	62	58	55	45	55

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione di Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

I) $Y^* = a + bX$ II) $Y^* = cX$

3. Si determini il valore del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino, giustificando opportunamente la risposta, le seguenti tabelle in modo tale che:

a) $\rho^2 = 1$ e $\eta_{X|Y}^2 = 0$ \hookrightarrow

b) $\rho^2 = \eta_{Y|X}^2 = 0$ e $\eta_{X|Y}^2 = 1$ \hookrightarrow

	$y_1 = 2$	$y_2 = _$	$y_3 = 12$
$x_1 = 2$		3	
$x_2 = 4$	5		5

	$y_1 = 2$	$y_2 = _$	$y_3 = 12$
$x_1 = 2$		3	
$x_2 = 4$	5		5

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di estrazione di 4 palline da un'urna contenente 21 palline rosse e 29 palline blu.

1. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline blu nell'ipotesi che le 4 estrazioni siano effettuate senza reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 36 palline blu nell'ipotesi che siano effettuate 60 estrazioni con reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA

CORSI DI STUDIO TRIENNALI

Prova scritta di STATISTICA I del 24.01.2013 (Tema 272)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Su 225 soggetti è stata rilevata la variabile Y , ripartita in classi, le cui densità di frequenza sono riportate nel prospetto.

$h_{i-1} \rightarrow h_i$	d_i
10 → 20	6
20 → 40	4.5
40 → 50	6
50 → 55	3

1. Si ricostruisca la tabella delle frequenze relative e si rappresenti graficamente la distribuzione di Y .
2. Si calcolino moda, media quadratica e coefficiente di variazione. Si individui su un opportuno grafico la mediana.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Della serie storica X_t delle vendite di un'azienda tra il 2006 e il 2010 abbiamo le seguenti informazioni:

t	$NIBM$	$NIBF$
2006		100
2007	113	
2008		116
2009	106	
2010		131

1. Si riempiano le caselle vuote della tabella e sapendo che $x_{2010}=650$ si calcoli x_{2006} .
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2007 e il 2010, commentando il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 6 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	100	100	130	133	180	200

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati.
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + bX \quad II) Y^* = c + dX^2$$

3. Si determinino i valori dei rapporti di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si completi la tabella, giustificando opportunamente la risposta, in modo che $\rho^2 < \eta_{Y|X}^2$

	$y_1 = 2$	$y_2 = _$	$y_3 = 12$
$x_1 = 2$		3	
$x_2 = 4$	5		5

ESERCIZIO 5. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di lancio di 10 monete equilibrate e 6 dadi equilibrati.

1. Si calcoli la probabilità di ottenere 5 teste e 5 facce con numero pari.
2. Ipotizzando di lanciare 100 monete e 100 dadi, si calcoli la probabilità di ottenere almeno 50 teste e almeno 39 numeri pari.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano
FACOLTÀ DI ECONOMIA

Prova scritta di STATISTICA del 07.02.2013 (Tema 273)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Su 50 famiglie si sono rilevate le variabili X 'nazionalità capofamiglia' (I =italiana, S =straniera) e Y 'n. figli'.

$X \ Y$	1	2	3
I	11	19	5
S	3	7	5

1. Si rappresenti graficamente il carattere Y e se ne calcolino moda e mediana. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si confrontino con opportuni indici di posizione e di variabilità le variabili condizionate $Y|X = I$ e $Y|X = S$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli un opportuno indice di variabilità di X . \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Dati i seguenti $NIBM$ delle vendite di un'azienda tra il 2001 e il 2005:

t	$NIBM$
2001	
2002	0.94
2003	1.12
2004	1.06
2005	1.11

1. Si calcolino i numeri indice a base fissa (base 2001). \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2001 e il 2005 esprimendolo in valore percentuale. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Per ottenere un tasso medio di variazione tra il 2001 e il 2006 del 7% che valore dovrebbe avere ${}_{2001}I_{2006}$? \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	2	3	3
y_i	2	2	7	5	3

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + bX \qquad II) Y^* = c$$
3. Utilizzando il modello ritenuto migliore si determini y quando $x = 5$.
4. Si dica, giustificando teoricamente la risposta, se è verificata la relazione $\rho^2 = \eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando opportunamente la risposta, in modo tale che:

a) $\chi^2 = 62$ e $M(X) = 2$ \hookrightarrow

b) $\chi^2 = 0$ e $M(Y) = 4$ \hookrightarrow

	$y_1 = 2$	$y_2 = 4$	$y_3 = 6$	
$x_1 = 1$	7			
$x_2 = 2$	0	0		
$x_3 = 3$	0			
				$n = 31$

	$y_1 = 2$	$y_2 = 4$	$y_3 = 6$	
$x_1 = 1$	7			
$x_2 = 2$				
$x_3 = 3$				
				$n =$

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Siano A, B, C e D quattro eventi che costituiscono una partizione dello spazio campionario, tali che $P(A) = P(B) = 0.2$ e $P(D) = 2 * P(C)$.

1. Si calcolino $P(A|B)$, $P(B \cup D)$ e $P(\overline{A \cup B})$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si dica se A e C possono ritenersi indipendenti. \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità di ottenere meno di 6 successi in 80 prove indipendenti con probabilità di successo $p = P(B)$. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA

Prova scritta di STATISTICA del 06.06.2013 (Tema 274.1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Su 50 famiglie si sono rilevate le variabili X 'nazionalità capofamiglia' (I =italiana, S =straniera) e Y 'n. figli'.

$X \ Y$	1	2	3
I	11	19	5
S	3	7	5

1. Si rappresenti graficamente la funzione di ripartizione del carattere Y \hookrightarrow e se ne calcolino media e coefficiente di variazione. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli un opportuno indice di connessione tra X e Y commentando il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli la mediana di X .

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Dati i seguenti $NIBF$ (base 2001) delle vendite di un'azienda tra il 2001 e il 2005:

t	$NIBF$
2001	1.00
2002	0.94
2003	1.12
2004	1.06
2005	1.11

1. Si calcolino i numeri indice a base mobile. \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2003 e il 2005 esprimendolo in valore percentuale. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Sapendo che tra il 2005 e il 2006 vi è stato un calo delle vendite del 10% si determinino ${}_{2005}I_{2006}$ e il valore delle vendite nel 2006. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2.7183	2.7183	7.3891	20.0855	20.0855
y_i	2	2	7	5	3

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot \ln X \qquad II) Y^* = c + dX$$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completi la seguente tabella, giustificando opportunamente la risposta, in modo tale che: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$a) \chi_N^2 = \rho^2 = \eta_{Y|X}^2$$

	$y_1 = 2$	$y_2 = 4$	$y_3 = 6$	
$x_1 = 1$	7			
$x_2 = 2$				
$x_3 = 3$				
				$n = 120$

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna U_1 contiene 3 palline nere e 1 pallina rossa. L'urna U_2 contiene 4 palline nere e 5 palline rosse.

1. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 5 palline dall'urna U_1 ce ne siano almeno 4 nere. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si estraiga una pallina dall'urna U_1 e la si metta nell'urna U_2 . Si calcoli la probabilità che estraendo senza reimmissione 3 palline dall'urna U_2 si ottengano 2 palline nere. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano
FACOLTÀ DI ECONOMIA

Prova scritta di STATISTICA del 27.06.2013 (Tema 274)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

In un'indagine su 1000 cittadini sono stati rilevati l'area di residenza X ($N = Nord$; $C = Centro$; $S = Sud Isole$) e la spesa media mensile per libri Y . Si riportano la distribuzione di frequenze relative di X e la densità di frequenza di Y .

x_i	f_i	y_i	d_i
N	0.60	5 + 10	90
C	0.21	10 + 20	21
S	0.19	20 + 40	17

1. Si costruiscano le distribuzioni delle frequenze assolute di X e di Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si rappresentino graficamente le due variabili $\hookrightarrow \hookrightarrow$ e si riassumano le stesse con opportuni indici di posizione e di variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli la media geometrica e si individui su un opportuno grafico la mediana della variabile Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la serie NIBF (base 2006) relativa alla spesa delle Amministrazioni Pubbliche rilevata tra il 2005 e il 2009:

t	$NIBF$
2005	0.9705
2006	1.0000
2007	1.0164
2008	0.7607
2009	1.0951

1. Si calcolino i numeri indice a base mobile. \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2006 e il 2009 esprimendolo in valore percentuale. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli il Numero Indice del 2006 con base l'anno 2009 interpretando il valore ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 6 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	5	5	6	6	7	7
y_i	102	98	62	58	102	98

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Si fornisca la previsione in corrispondenza di $x = 8$. \hookrightarrow
4. Si determini il valore del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Un macchinario presenta un tasso di difettosità del 6 %.

1. Scelti a caso 4 pezzi (con reimmissione) dal flusso produttivo si calcoli la probabilità che nessuno sia difettoso. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Nell'ipotesi in cui siano effettuate 60 estrazioni si calcoli la probabilità che vi sia almeno un pezzo difettoso. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano
FACOLTÀ DI ECONOMIA

Prova scritta di STATISTICA del 11.07.2013 (Tema 274.2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Nel seguente prospetto sono riportati i valori assunti dalla variabile X 'stipendio mensile' riferiti a 16 soggetti, appartenenti alle categorie $i =$ 'impiegato' e $d =$ 'dirigente'.

d	3.6	4.1	3.1	4.6	4.7	4.3					
i	1.6	2.1	2.6	1.3	2.1	2.5	1.1	1.4	2.2	1.5	

1. Si rappresenti graficamente, mediante un grafico a scatola e baffi (*box & whiskers plot*), la variabile X (per tutte le unità statistiche), commentando i risultati ottenuti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si confrontino con opportuni indici di posizione e di variabilità le distribuzioni delle variabili $X|i$ e $X|d$ per le due categorie lavorative. Si commentino i risultati ottenuti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Sulla base dei valori delle medie e varianze parziali, ottenute al punto precedente, si ricavano i valori della media e varianza della variabile X riferiti all'intera popolazione. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la serie NIBM relativa alla spesa delle Amministrazioni Pubbliche rilevata tra il 2005 e il 2009:

t	$NIBM$
2005	
2006	1.0304
2007	1.0164
2008	0.7484
2009	1.4397

1. Sapendo che $x_{2009} = 334$ si calcoli il valore di x_{2005} . \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 6 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	5	5	6	6	7	7
y_i	102	98	62	58	102	98

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot (X - 6)^2 \qquad II) Y^* = c$$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando opportunamente la risposta, in modo tale che:

a) $\rho^2 = 1$ ed $\eta_{Y|X}^2 = 0$ \hookrightarrow

b) $\eta_{X|Y}^2 = 1$ ed $\eta_{Y|X}^2 = 0$ \hookrightarrow

	$y_1 = 2$	$y_2 = 4$	$y_3 = 6$	
$x_1 = 1$	7			
$x_2 = 2$				
				$n = 20$

	$y_1 = 2$	$y_2 = 4$	$y_3 = 6$	
$x_1 = 1$	7			
$x_2 = 2$				
				$n = 20$

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 2 Euro: si lanciano due dadi e se la somma dei numeri ottenuti è almeno pari a 9 si vincono 6 Euro.

1. Si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
2. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 5 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 2 volte. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA I del 05.09.2013 (Tema 275)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Nella tabella si riportano i risultati di un'indagine sull'uso dei mezzi di trasporto da parte dei giovani nella città di Milano.

Mezzo di trasporto (T) \ Età (E)	12 - 16	16 - 20	20 - 30
biciiletta	3	6	9
mezzo pubblico	10	8	9
motorino	3	11	8

1. Si rappresenti graficamente la variabile marginale E .
2. Si calcolino, se possibile, moda, media aritmetica e mediana per la variabile T . Si calcolino, se possibile, moda, media aritmetica e si individui su un opportuno grafico la mediana per la variabile E .
3. Si calcoli per la variabile T un opportuno indice di variabilità e se ne commenti il risultato.
4. Si calcoli un opportuno indice di connessione.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica degli indici a base mobile relativa ai costi di un'azienda tra il 2008 e il 2012:

t	$NIBM$
2008	
2009	1.20
2010	0.55
2011	0.85
2012	1.05

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base fissa con base 2008.
2. Si calcoli l'indice a base fissa: ${}_{2010}I_{2012}$ e si commenti il risultato.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2010 e il 2012 e lo si confronti con l'indice calcolato al precedente punto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	2	4	6	6
y_i	22	26	24	27	21

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione.
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Si fornisca la previsione in corrispondenza di $x = 10$.
4. Si determini il valore dei rapporti di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

1. Si completi la seguente tabella, giustificando opportunamente la risposta, in modo tale che $\chi^2 = 44$ e $\rho^2 = 0$

	$x_1 = 12$	$x_2 = \underline{\quad}$	$x_3 = 18$	
$y_1 = 2$		20		
$y_2 = 4$				
				$n = 44$

2. Si calcoli il valore di $\eta_{Y|X}^2$.

ESERCIZIO 5. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di estrazione di 3 palline da un'urna contenente 16 palline rosse, 19 gialle e 5 blu.

1. Si calcoli la probabilità di estrarre zero palline rosse nell'ipotesi che le estrazioni vengano fatte senza reimmissione.
2. Si consideri, ora, l'esperimento di 50 estrazioni con reinserimento. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 31 palline di colore blu.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA I del 16.09.2013 (Tema 275-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Nella tabella sottostante vengono riportati i risultati di un'indagine sull'uso dei mezzi di trasporto da parte dei giovani nella città di Milano.

Mezzo di trasporto (T) \ Età (E)	12 - 16	16 - 20	20 - 30
bicicletta	3	6	9
mezzo pubblico	10	8	9
motorino	3	11	8

1. Si rappresenti graficamente la variabile marginale T . \hookrightarrow
2. Si confrontino con opportune misure di posizione e variabilità le distribuzioni condizionate $T|E = 12 - 16$ e $T|E = 20 - 30$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli il rapporto di correlazione $\eta_{E|T}^2$ commentando il risultato. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica dei costi di un'azienda tra il 2008 e il 2012:

t	x_t
2008	200
2009	240
2010	110
2011	170
2012	210

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Si calcoli l'indice a base fissa: ${}_{2012}I_{2010}$ e si commenti il risultato. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2009 e il 2012 commentando il risultato ottenuto. \hookrightarrow
4. Sapendo che ${}_{2012}I_{2013} = 1$ si calcolino i costi del 2013. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	2	4	6	6
y_i	22	26	25	29	23

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = cX$$

3. Si fornisca la previsione in corrispondenza di $x = 10$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

1. Si completi la seguente tabella, giustificando opportunamente la risposta, in modo tale che $\chi^2 = 88$ e $\rho^2 = 1$. \hookrightarrow

	$x_1 = 12$	$x_2 = 15$	$x_3 = 18$	
$y_1 = 2$				
$y_2 = 4$		20		
$y_3 = 5$				
				$n = 44$

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di estrazione di 9 palline da un'urna contenente 16 palline rosse, 19 gialle e 5 blu.

1. Si calcoli la probabilità di estrarre 2 palline rosse, 1 gialla e 6 blu nell'ipotesi che le estrazioni vengano fatte senza reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli la probabilità di estrarre 3 palline rosse, 4 gialle e 2 blu nell'ipotesi che le estrazioni vengano fatte con reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 12 palline di colore blu in 100 estrazioni con reimmissione. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 16.01.2014 (Tema 276)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La tabella seguente riporta le misure delle altezze al garrese (H) di 20 renne adulte, distinte per genere ($G = m, f$).

m	f																		
158	162	165	170	180	182	184	184	188	190	153	155	158	160	160	168	170	180	180	182

1. Si costruisca una tabella a doppia entrata, usando per le altezze le seguenti classi ($150 \div 160, 160 \div 180, 180 \div 190$). \hookrightarrow
2. Si rappresenti graficamente la variabile marginale G . \hookrightarrow
3. Si individui il valore della mediana della marginale H . \hookrightarrow
4. Si fornisca un indice di variabilità di G . \hookrightarrow
5. Si calcoli un opportuno indice di connessione tra H e G . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento alla seguente serie di Numeri Indice a Base Mobile:

t	$NIBM$
2008	
2009	0.92
2010	0.95
2011	1.05
2012	1.08

1. Si ricostruisca la serie storica dei dati x_t sapendo che $x_{2010} = 90$. \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione nel periodo 2008-2012 interpretando il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il numero indice al tempo 2012 con base 2010 e si commenti il risultato. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	2	2	3	4	4	5
y_i	10	10	13	13	18	20	20	20

1. Si rappresenti graficamente Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

I) $Y^* = a + b \cdot X$ II) $Y^* = \alpha + \beta \sqrt{X}$

3. Si individui il modello migliore \hookrightarrow
4. Si motivi perché $\eta_{Y|X}^2 > \eta_{X|Y}^2$ \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando la risposta, in modo che siano soddisfatte le condizioni indicate.

	$y_1 = 10$	$y_2 = 15$
$x_1 = 1$	11	
$x_2 = 2$		10

	$y_1 = 10$	$y_2 = 15$
$x_1 = 1$	11	
$x_2 = 2$	5	

	$y_1 = 10$	$y_2 = 15$
$x_1 = 1$	11	
$x_2 = 2$		

a) $\eta_{Y|X}^2 = \rho^2 > 0$

b) $\chi^2 = 0$

c) $\rho = -1$

\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow

.....

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Vengono lanciati 3 dadi regolari.

1. Si calcoli la probabilità che, essendosi presentati 3 numeri uguali, questi siano i numeri da 1 a 4. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli la probabilità che su 51 lanci in almeno 10 tutti e 3 i dadi presentino un numero pari. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 30.01.2014 (Tema 277)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si riporta la valutazione della qualità (Q) e il prezzo (P) di uno stesso piatto proposto da 30 ristoranti italiani:

$Q \setminus P$	10 + 15	15 + 18	18 + 22
<i>discreta</i>	9	2	0
<i>buona</i>	5	7	5
<i>eccellente</i>	0	0	2

1. Fornire la rappresentazione grafica della distribuzione marginale P . \hookrightarrow
2. Calcolare la mediana \hookrightarrow e una misura di variabilità della marginale Q . \hookrightarrow
3. Dopo aver valutato, senza fare calcoli, se Q e P sono stocasticamente indipendenti \hookrightarrow , calcolare un indice di connessione. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi medi annui di 2 beni di uso quotidiano nel periodo 2002 – 2006:

t	<i>bene A</i>	<i>bene B</i>
2002	99.4	77.0
2003	117.3	65.8
2004	129.8	47.2
2005	149.3	35.8
2006	158.1	33.8

1. Costruire la serie dei numeri indici a base fissa con base 2003 per il bene A . \hookrightarrow
2. Calcolare il tasso medio di variazione per il prezzo del bene B tra il 2002 e il 2005, interpretando il risultato. \hookrightarrow
3. Note le quantità $A_{q2003} = 1500$ e $B_{q2003} = 8500$, calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2006 con base 2003. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La tabella seguente riporta le osservazioni della variabile Y in corrispondenza di 5 osservazioni della X :

x_i	1	1	3	5	5
y_i	30	40	45	50	60

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = \alpha \cdot X^2$$

3. Si indichi il valore assunto dal rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$, commentando il risultato.

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando la risposta, in modo che siano soddisfatte le condizioni indicate.

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$	0	11	
$x_2 = 2$		0	

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$		11	
$x_2 = 2$		11	

a) $\eta_{X|Y}^2 = 1, \rho^2 = 0 \hookrightarrow$

b) $\eta_{Y|X}^2 = \rho^2 \neq 0 \hookrightarrow$

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Date due differenti urne, U_1 e U_2 , contenenti palline numerate, un esperimento casuale consiste nell'estrarre una pallina da ciascuna urna. Sapendo che nell'urna U_1 vi sono 5 palline con numero pari (2,4,6,8,10) e che nell'urna U_2 vi sono 2 palline con il numero 1, 2 con numero 3 e 2 con il numero 5:

1. costruire la distribuzione di probabilità delle variabili casuali $X =$ 'risultato estrazione urna U_1 ' e $Y =$ 'risultato estrazione urna U_2 '; \hookrightarrow
2. calcolare $P(\{X = 10\} \cap \{Y = 1\})$, ovvero la probabilità che sia estratto il numero 10 da U_1 e il numero 1 da U_2 ; \hookrightarrow
3. calcolare la probabilità che, su 100 estrazioni con reinserimento dalla sola urna U_2 , almeno 21 presentino il numero 3. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 13.02.2014 (Tema 278)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento alla distribuzione congiunta delle variabili X e Y sono note le sole frequenze congiunte riportate nella seguente tabella a doppia entrata:

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
x_1		11	
x_2		11	

1. Si completi la tabella in modo tale che le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ siano caratterizzate rispettivamente da minima e massima eterogeneità. Si indichi il numero totale delle unità statistiche.
2. Sapendo che $y_1 = 10$, $y_2 = 15$ e $y_3 = 20$, si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione, variabilità e asimmetria, commentando i risultati ottenuti.
3. Si rappresenti graficamente la distribuzione marginale Y .

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Della seguente serie storica sono note solo alcune informazioni.

t	x_t
1	200
2	x_2
3	180
4	x_4
5	160

1. Si ricostruisca la serie storica sapendo che tra il tempo 1 e il tempo 2 vi è stato un incremento di 21 e che tra $t = 3$ e $t = 4$ vi è stata una diminuzione del 5%.
2. Si costruiscano le serie dei numeri indici a base fissa, con base $t = 1$, e a base mobile.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione di x_t tra l'istante temporale 1 e l'istante 3, interpretando il risultato.

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	3	5	5
y_i	20	40	40	40	20

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Si motivi perché $\eta_{Y|X}^2 > \eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna è composta da gettoni rossi e neri in proporzione 0.15 e 0.85. Ogni gettone rosso reca impresso il numero 1, i neri il numero 2. Si consideri l'esperimento casuale \mathcal{G}_3 = 'estrazione con reimmissione di 3 gettoni dall'urna'.

1. Si costruisca lo spazio probabilistico associato all'esperimento \mathcal{G}_3 .
2. Si costruisca la variabile casuale X = 'somma dei valori impressi sui gettoni estratti' e si calcoli la probabilità che X assuma valori maggiori o uguali a 5.
3. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno due gettoni rossi nelle 3 estrazioni.
4. Si calcoli la probabilità di ottenere non più di un gettone rosso in 26 estrazioni con reimmissione.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 05.06.2014 (Tema 279-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Si riportano le classi e le densità di frequenza della variabile statistica X :

$h_{i-1} \div h_i$	d_i
10 \div 22	0.025
22 \div 31	0.05
31 \div 51	0.0125

1. Si ricostruisca la distribuzione delle frequenze cumulate relative di X e se ne dia una rappresentazione grafica. \hookrightarrow
2. Si rappresenti X mediante un grafico Box & Whiskers Plot. \hookrightarrow
3. Si calcolino opportuni indici di posizione e di variabilità per la variabile statistica X , al fine di confrontarla con la variabile Y della quale sono noti solo i seguenti indici sintetici $M(Y) = 50$ e $Var(Y) = 100$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Sia data la seguente serie storica.

t	x_t
1	200
2	221
3	180
4	171
5	160

1. Si calcoli il numero indice al tempo 4 con base 3, commentando il risultato ottenuto. \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione di x_t tra l'istante temporale 2 e l'istante 5, interpretando il risultato. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	3	5	5
y_i	10	20	30	40	50

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: \hookrightarrow

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = cX$$

3. Si indichino i valori assunti da $\eta_{Y|X}^2$ ed $\eta_{X|Y}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 2 Euro: si lanciano due dadi e se la somma dei numeri ottenuti è pari a 6 si vincono 6 Euro.

1. Si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
2. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 8 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 3 volte. \hookrightarrow
3. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 200 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 30 volte. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 26.06.2014 (Tema 279)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta i dati, relativi ad un anno solare, per un campione di 9 Stati UE classificati sulla base delle variabili X : area geografica, con modalità CN = Centro Nord e CS = Centro Sud e Y : PIL pro capite in migliaia di euro.

X	CN	CN	CN	CN	CN	CS	CS	CS	CS
Y	41.9	30.5	32.1	49.1	28.8	25.3	22.2	32.7	21.8

1. Si confronti la variabilità della variabile Y nei gruppi definiti dalla variabile X (CN e CS). \hookrightarrow
2. Si calcolino la varianza between e la varianza within. Si commentino i risultati ottenuti. \hookrightarrow
3. Si costruisca la distribuzione di frequenze della variabile Y con riferimento alle classi ($20 \rightarrow 30, 30 \rightarrow 40, 40 \rightarrow 50$) e si rappresenti graficamente tale distribuzione. \hookrightarrow
4. Costruita la tabella a doppia entrata (X, Y) , con Y riclassificata come nel punto 3 \hookrightarrow , si calcoli un opportuno indice di connessione tra X e Y . \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base fissa, con base 2009:

<i>anno</i>	<i>NIBF</i>
2009	1
2010	0.90
2011	0.93
2012	1.02
2013	1.11

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Sapendo che $x_{2012} = 265$, si calcoli x_{2013} . \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2009 al 2013 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	0	-1	0	1	-1	0	-1	-1
y_i	15	8	15	8	8	15	8	8

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + bX^2 \qquad II) Y^* = \alpha + \beta X^3$$

3. Per il modello migliore, si fornisca la previsione in corrispondenza di $X = 2$. \hookrightarrow
4. Si determini il valore del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ motivando la risposta. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si considerino 500 studenti di una Facoltà ripartiti secondo tre diversi corsi di studio (A, B, C) e secondo lo stato (in corso = IC, fuori corso = FC):

	A	B	C
IC	200	130	100
FC	35	25	10

1. Si calcoli la probabilità che, estraendo uno studente a caso, sia fuori corso. \hookrightarrow
2. Si calcoli la probabilità che, estraendo uno studente a caso, sia iscritto al corso B . \hookrightarrow
3. Si determini la probabilità che, estraendo uno studente a caso, sia fuori corso oppure sia iscritto al corso B . \hookrightarrow
4. Si calcoli la probabilità che uno studente, estratto a caso, sia fuori corso sapendo che è iscritto al corso C . \hookrightarrow
5. Si calcoli la probabilità che, estratti senza reinserimento 12 studenti, la metà sia iscritta al corso A . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 10.07.2014 (Tema 279-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la distribuzione congiunta della variabile statistica doppia (X, Y) per un campione di 150 unità statistiche.

$X \setminus Y$	10 + 15	15 + 25	25 + 30	$n_{i\bullet}$
x_1	22	60	18	100
x_2	11	30	9	50
$n_{\bullet j}$	33	90	27	150

1. Si confrontino mediante opportuni indici di posizione e di variabilità le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$.
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali X e Y .
3. Si calcoli un opportuno indice di connessione tra X e Y .

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica:

anno	NIBF
2009	200
2010	180
2011	186
2012	204
2013	222

1. Si costruiscano le serie dei numeri indici a base fissa (2009) e a base mobile.
2. Si calcoli ${}_{2010}I_{2013}$ commentando il risultato ottenuto.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2010 al 2013 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	5	5	3	1	1
y_i	11	25	25	25	39

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

I) $Y^* = a + bX$ II) $Y^* = c$

3. Per il modello migliore, si fornisca la previsione in corrispondenza di $X = 3$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando la risposta, in modo che siano soddisfatte le condizioni indicate.

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$	0	11	
$x_2 = 2$		0	

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$		11	
$x_2 = 2$		11	

a) $\eta_{Y|X}^2 = \rho^2$ con $\rho > 0$

b) $\rho^2 = 0$

ESERCIZIO 5. vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna contiene 10 palline nere e 20 palline rosse.

Si consideri il seguente esperimento: si toglie, in primo luogo, una pallina dall'urna; si estraggono, poi, 7 palline.

1. Si calcoli la probabilità che tra le 7 palline estratte ve ne siano 6 rosse nell'ipotesi che le 7 estrazioni avvengano con reimmissione.
2. Si calcoli la probabilità che tra le 7 palline estratte ve ne siano 6 rosse nell'ipotesi che le 7 estrazioni avvengano senza reimmissione.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 04.09.2014 (Tema 280-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la distribuzione congiunta della variabile statistica doppia (X, Y) , con X carattere qualitativo, per un campione di 150 unità statistiche.

$X \setminus Y$	10 + 15	15 + 25	25 + 30	$n_{i\bullet}$
x_1	22	60	18	100
x_2	11	30	9	50
$n_{\bullet j}$	33	90	27	150

1. Si riassumano mediante opportuni indici di posizione e di variabilità le distribuzioni marginali X \hookrightarrow \hookrightarrow e Y \hookrightarrow \hookrightarrow .
2. Si rappresenti graficamente la distribuzione condizionata $Y|x_2$. \hookrightarrow \hookrightarrow
3. Si costruisca il grafico Box & Whiskers plot per la marginale Y . \hookrightarrow \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie di numeri indici a base mobile:

<i>anno</i>	<i>NIBM</i>
2009	
2010	0.90
2011	1.0333
2012	1.0968
2013	1.0882

1. Si costruiscano la serie dei numeri indici a base fissa (2009) e la serie dei dati iniziali sapendo che $x_{2009} = 200$. \hookrightarrow \hookrightarrow
2. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2011 al 2013 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	3	5	5
y_i	11	25	25	25	39

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow

I) $Y^* = a + bX$ II) $Y^* = cX$

3. Per il modello migliore, si fornisca la previsione in corrispondenza di $X = 3$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le seguenti tabelle, giustificando la risposta, in modo che siano soddisfatte le condizioni indicate.

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$	0	11	
$x_2 = 2$		0	

	$y_1 = 10$	$y_2 = 20$	$y_3 = 30$
$x_1 = 1$		11	
$x_2 = 2$		11	

a) $\eta_{Y|X}^2 > \rho^2$, con $\rho < 0$ \hookrightarrow

b) $\eta_{Y|X}^2 = 1$ \hookrightarrow

ESERCIZIO 5. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 2 Euro: si lanciano due dadi e se il prodotto dei numeri ottenuti è pari a 4 si vincono 6 Euro.

1. Si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
2. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 4 volte si calcoli la probabilità di vincere al massimo 1 volta. \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 18.09.2014 (Tema 280)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Nella tabella sottostante vengono riportati i risultati di un'indagine sull'uso dei pesticidi nei terreni agricoli in Italia.

Regione (R) / Pesticidi in mg/ha (P)	0 - 25	25 - 50	50 - 100
nord	10	6	9
centro	5	8	9
sud	5	11	12

1. Si rappresenti graficamente la variabile marginale P . \hookrightarrow
2. Si calcolino, se possibile, moda, media aritmetica e mediana per la variabile R . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$ Si calcolino, se possibile, moda, media aritmetica e si individui su un opportuno grafico la mediana per la variabile P . \hookrightarrow
3. Si calcoli per la variabile R un opportuno indice di variabilità e se ne commenti il risultato. \hookrightarrow
4. Si calcoli un opportuno indice di connessione. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie di numeri indici a base mobile dei prezzi di un titolo azionario:

anno	NIBM
2008	0.8
2009	1.5
2010	1.5
2011	1.5
2012	1.5

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base fissa (anno base 2008). \hookrightarrow
2. Se nel 2008 fossero state acquistate 100 azioni a un prezzo di 10 Euro per azione, si calcoli il valore totale di queste azioni nel 2012. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2009 al 2012 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza del numero di bagnanti (Y) presenti in una piscina in 5 domeniche in funzione della situazione meteo rilevata con una variabile dicotomica X ($= 0$ se nuvoloso e $= 1$ se soleggiato)

x_i	0	0	0	1	1
y_i	22	20	24	32	34

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + bX \quad II) Y^* = c$$

3. Si determini, indicando il ragionamento, il valore dei rapporti di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Sia 0.06 la probabilità di colpire il centro del bersaglio lanciando una freccetta.

1. Si calcoli la probabilità di colpire il centro almeno una volta su 20 lanci. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli la probabilità che, su 100 lanci, si colpisca almeno 6 volte il centro. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 15.01.2015 (Tema 281)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento alla distribuzione congiunta delle variabili quantitative discrete X e Y si consideri la seguente tabella a doppia entrata:

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	2	2	2
x_2	0	6	0

1. Dopo avere rappresentato graficamente le distribuzioni marginali X e Y , \hookrightarrow si stabilisca, senza effettuare calcoli e motivando teoricamente la risposta, quale delle due distribuzioni presenta una maggiore eterogeneità. \hookrightarrow
2. Sapendo che $y_1 = 1$, $y_2 = 2$ e $y_3 = 3$, si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e variabilità, commentando i risultati ottenuti. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y con un opportuno indice normalizzato. \hookrightarrow
4. Si indichi inoltre se e come potrebbero essere modificate le frequenze congiunte, a parità di numerosità totale, per ottenere una situazione di massima connessione. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi medi annui di 2 beni di uso quotidiano nel periodo 2006 – 2010:

t	bene A	bene B
2006	100	460
2007	98	460
2008	103	460
2009	105	460
2010	105	480

1. Costruire la serie dei numeri indici a base fissa con base 2007 per il bene A. \hookrightarrow
2. Calcolare il tasso medio di variazione per il prezzo del bene B tra il 2006 e il 2009, interpretando il risultato. \hookrightarrow
3. Note le quantità $Aq_{2007} = 1000$ e $Bq_{2007} = 8500$, calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2010 con base 2007. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	18	18	20	22	22
y_i	17	19	20	21	23

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Senza effettuare calcoli si individui il valore di $\eta_{Y|X}^2$. Si motivi perché $\eta_{Y|X}^2 < \eta_{X|Y}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna è composta da 26 gettoni rossi e 74 gettoni neri. Si consideri l'esperimento casuale \mathcal{G} = 'estrazione **senza reimmissione** di 2 gettoni dall'urna, dei quali viene rilevato il colore'.

1. Si costruisca lo spazio probabilistico associato all'esperimento \mathcal{G} e si calcoli la probabilità di ciascun evento elementare. \hookrightarrow
2. Si calcoli la probabilità che nelle due estrazioni si ottengano due gettoni del medesimo colore.
3. Un giocatore puntando 1 Euro, ne vince 3 qualora i due gettoni estratti siano del medesimo colore. In caso contrario perde la somma puntata. Si stabilisca se il gioco è equo (guadagno atteso nullo). \hookrightarrow
4. Si calcoli la probabilità di ottenere non più di 10 gettoni rossi in 51 estrazioni con reimmissione. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 29.01.2015 (Tema 282)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La tabella seguente contiene la distribuzione delle scadenze in anni (A) dei 108 titoli di stato detenuti in portafoglio da 2 banche italiane (B):

$B \setminus A$	0-1	1-5	5-15
$b_1 = \text{Intesa Sanpaolo}$	21	18	19
$b_2 = \text{Unicredit}$	28	13	9

1. Fornire la rappresentazione grafica della distribuzione $A|Unicredit$. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Confrontare opportunamente la variabilità delle due distribuzioni $A|b_i$ ($i = 1, 2$). \hookrightarrow
3. Misurare la dipendenza di A da B con un opportuno indice di connessione. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Indicare le condizioni nelle quali $\eta_{A|B}^2$ e χ^2 risultano nulli. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la variabile X = vendite annuali di un prodotto, in migliaia di pezzi, misurata tra il 2008 e il 2012:

t	x_t
2008	888
2009	619
2010	568
2011	509
2012	528

1. Costruire la serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Interpretare il valore dell'ultimo degli indici sopra calcolati. \hookrightarrow
3. Calcolare il tasso medio di variazione delle vendite registrato tra il 2008 e il 2012, interpretando il risultato. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolte le seguenti 7 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 7$

x_i	1	1	2	2	5	5	5
y_i	4	5	4	5	11	12	13

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti, insieme alla funzione di regressione. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = \alpha + \beta \cdot X^2$$

3. Indicare l'intervallo dei valori possibili per $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Una linea di produzione confeziona pacchetti di caramelle il cui peso complessivo è fissato al valore nominale di 250 g. Sapendo che detti pesi seguono una v.c. $N(\mu = 250, \sigma^2 = 21)$ e che si ritengono difettosi i pacchetti con peso inferiore del 3% rispetto al valore nominale:

1. calcolare la probabilità che la linea produca pezzi difettosi; \hookrightarrow
2. calcolare la probabilità che su 100 pacchetti estratti (con re-immissione) dal flusso produttivo, almeno il 5% risulti fuori norma. \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 12.02.2015 (Tema 283)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Di una v.s. doppia (X, Y) si dispone della seguente distribuzione delle densità di frequenza della condizionata $Y|x_1$:

$h_{j-1} \div h_j$	d_{1j}	n_{1j}
0 \div 2	4	
2 \div 6	8	
6 \div 8	4	

1. Si ricostruisca la distribuzione delle frequenze assolute, n_{1j} , di $Y|x_1$ e se ne dia una rappresentazione grafica.
2. Si calcolino la media aritmetica, la mediana e la varianza della variabile $Y|x_1$.
3. Sapendo che la distribuzione condizionata $Y|x_2$, riferita a $n_{2\bullet} = 16$ unità statistiche, è caratterizzata da media $M(Y|x_2) = 4$ e varianza $Var(Y|x_2) = 0$ si ricostruisca la distribuzione congiunta di X e Y e si misuri la dipendenza tra X e Y con un opportuno indice di connessione.
4. Ponendo ora $n_{2\bullet} = 48$, si indichi quali dovrebbero essere le frequenze della distribuzione condizionata $Y|x_2$ affinché sussista indipendenza stocastica tra X e Y .

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi di chiusura di 2 titoli azionari nei giorni dal 7 al 10 gennaio:

t	titolo A	titolo B
7	100	100
8	120	100
9	144	110
10	150	121

1. Si calcoli e interpreti il numero indice al tempo 7 con base 9 per il titolo A.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione registrato tra il giorno 7 e il giorno 9 per il titolo A, interpretando il risultato.
3. Supponendo che la media aritmetica calcolata a partire dai valori degli indici di Laspeyres, ${}^P I_{10}^L$, e di Paasche, ${}^P I_{10}^P$, sia risultata pari a 1.31, si indichi se l'indice di Fisher può assumere un valore maggiore di 1.31.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	5	5	5
y_i	4	5	11	12	13

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti, insieme alla funzione di regressione di Y dato X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Si calcoli $\eta_{Y|X}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna contiene 5 palline nere e 15 palline rosse.

1. Si calcoli la probabilità che, estraendo **senza reimmissione** 5 palline dall'urna, si ottengano 3 palline nere.
2. Indicata con Y la variabile casuale 'numero di palline nere' ottenute in 100 estrazioni **con reimmissione** dall'urna, si calcoli $P(Y \leq 6)$.
3. Sia ora $p = 0.8729$. Si determini il valore del percentile di ordine p della v.c. normale $X \sim N(\mu = 2, \sigma^2 = 1)$, vale a dire il valore x_p tale che $P(X \leq x_p) = p$.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 04.06.2015 (Tema 284-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Si completino le frequenze nella seguente tabella sapendo che il numero totale di unità statistiche sulle quali sono stati congiuntamente rilevati i caratteri X e Y è 11 e che $n_{\bullet 2} = 1$.

$X \setminus Y$	10 + 15	15 + 25	25 + 30	$n_{i\bullet}$
x_1	1	0	9	
x_2				
$n_{\bullet j}$				

1. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e di variabilità.
2. Si rappresenti graficamente la marginale X .
3. Si riassume la marginale qualitativa X con opportuni indici di posizione e di variabilità.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi di chiusura di 2 titoli azionari nei giorni dal 7 al 10 gennaio:

t	titolo A	titolo B	$NIBF(t = 7)$
7	100	100	
8	120	100	
9	144	110	
10	150	121	

1. Si calcoli e interpreti il numero indice al tempo 10 con base 7 per il titolo A e si costruisca la serie dei numeri indici a base fissa (al tempo 7) per il titolo B.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione registrato tra il giorno 7 e il giorno 10 per il titolo B, interpretando il risultato.
3. Supponendo che la mediana calcolata a partire dai valori degli indici di Laspeyres, e di Paasche, sia risultata pari a 1.31, si indichi l'intervallo dei valori possibili per l'indice di Fisher.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	3	4	5
y_i	22	20	24	32	34

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + bX \qquad II) Y^* = cX$$

3. Per il modello migliore, si fornisca la previsione in corrispondenza di $X = 3$.
4. Si determini il valore del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ motivando la risposta.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di estrazione di 4 palline da un'urna contenente 21 palline rosse e 29 palline blu.

1. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline blu nell'ipotesi che le 4 estrazioni siano effettuate senza reimmissione.
2. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline blu nell'ipotesi che le 4 estrazioni siano effettuate con reimmissione.
3. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 36 palline blu nell'ipotesi che siano effettuate 60 estrazioni con reimmissione.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 25.06.2015 (Tema 284)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La Direzione di un sito destinato alla vendita online di libri ha estratto un campione di opere attualmente in vendita, rilevando le variabili G = giudizio dei clienti sull'opera (b = basso, m = medio, a = alto) e P = prezzo di vendita (in euro). I dati raccolti sono riportati nella seguente tabella a doppia entrata:

$P \setminus G$	b	m	a
5 - 15	1	0	2
15 - 30	3	7	8

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali P e G . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcolino la mediana e un opportuno indice di variabilità della marginale G . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si confronti la variabilità delle distribuzioni condizionate $P|G = m$ e $P|G = a$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Si determini il grado di connessione tra le variabili P e G mediante il calcolo di un opportuno indice. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base fissa, con base 2010 = 1, della serie X_t dei prezzi del prodotto A :

t	$NIBF$
2010	1
2011	0.92
2012	0.98
2013	1.03
2014	1.01

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Sapendo che $x_{2013} = 261$, si calcoli x_{2014} . \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2010 al 2014 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	18	18	20	20	20
y_i	17	19	20	22	24

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c$$

3. Si calcoli $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Una compagnia assicurativa valuta che la probabilità che un suo assicurato richieda un risarcimento per danni provocati da eventi naturali sia pari all'1.1%.

1. Si calcoli la probabilità che, estratti in modo indipendente 10 clienti che hanno stipulato una polizza per danni provocati da eventi naturali, almeno due richiedano il risarcimento assicurativo. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcolino media e varianza della variabile casuale descritta dall'esperimento al punto precedente. \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che, estratti in modo indipendente 1000 clienti che hanno stipulato una polizza per danni provocati da eventi naturali, al massimo 20 richiedano il risarcimento assicurativo. \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 09.07.2015 (Tema 284-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta la distribuzione dei clienti presenti su un mercato dove opera l'agenzia A , riclassificati mediante le variabili X , con categorie $x_1 =$ 'clienti agenzia A ' e $x_2 =$ 'clienti della concorrenza', e $Y =$ 'tipologia di viaggio', con categorie $y_1 =$ 'low cost', $y_2 =$ 'medium cost' e $y_3 =$ 'high cost'.

Nella soluzione di questo esercizio si tenga presente che la clientela *target* dell'agenzia A è del tipo 'high cost'.

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	200	500	800
x_2	5000	2000	1500

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$.
2. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si studi il posizionamento dell'agenzia A sul mercato utilizzando le contingenze assolute e le contingenze relative.
4. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base mobile della serie X_t dei prezzi del prodotto A :

t	$NIBM$
2010	--
2011	0.92
2012	0.98
2013	1.03
2014	1.01

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base fissa, con base 2010 = 1.
2. Sapendo che $x_{2011} = 261$, si calcoli x_{2010} .
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2010 al 2014 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	18	18	20	20	20
y_i	17	19	20	22	24

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X$$

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente esperimento. Si lancia una moneta (equilibrata). Se esce testa si effettuano 2 ulteriori lanci della moneta; nel caso esca croce si effettua 1 solo ulteriore lancio.

1. Si costruisca la variabile casuale $T =$ 'n. di teste ottenute alla fine dell'esperimento'.
2. Si calcolino media e varianza della variabile casuale descritta dall'esperimento al punto precedente.
3. Si calcoli la probabilità che, lanciando 1000 volte la moneta si ottengano almeno 500 teste.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 01.09.2015 (Tema 285-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta la distribuzione dei clienti presenti su un mercato dove opera l'agenzia A, riclassificati mediante le variabili X, con categorie x1 = 'clienti agenzia A' e x2 = 'clienti della concorrenza', e Y = 'tipologia di viaggio', con categorie y1 = 'low cost', y2 = 'medium cost' e y3 = 'high cost'.

Nella soluzione di questo esercizio si tenga presente che la clientela target dell'agenzia A è del tipo 'high cost'.

Table with 4 columns: X \ Y, y1, y2, y3. Rows: x1, x2.

- 1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali X e Y.
2. Si confrontino le distribuzioni condizionate Y|x1 e Y|x2, calcolando moda, mediana, media aritmetica, e una opportuna misura di variabilità.
3. Si studi il posizionamento dell'agenzia A sul mercato utilizzando le contingenze assolute e le contingenze relative.
4. Si indichi se esiste connessione tra le variabili X e Y.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie Xt dei prezzi del prodotto A:

Table with 2 columns: t, Xt. Rows: 2010, 2011, 2012, 2013, 2014.

- 1. Si costruiscano le corrispondenti serie dei numeri indici a base fissa, con base 2010 = 1, e a base mobile.
2. Sapendo che x2016 = 261, si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2010 e il 2016 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

Table with 2 rows: xi, yi and 5 columns of values.

- 1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X.
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

I) Y* = a + b · X II) Y* = c · X

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 3 Euro.

Si lancia una moneta (equilibrata).

Se esce testa si lancia un dado con 6 facce; nel caso esca croce si lancia un dado con 4 facce.

Si vince un ammontare in Euro pari al numero che si è presentato sulla base del dado lanciato.

- 1. Si stabilisca se il gioco è equo.
2. Si calcoli la probabilità che, lanciando 9 volte la moneta si ottengano non più di 7 teste.
3. Si calcoli la probabilità che, lanciando 900 volte la moneta si ottengano non più di 450 teste.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra rho^2 ed eta^2.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 15.09.2015 (Tema 285)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per 8 sale cinematografiche vengono rilevate le seguenti variabili: F = fatturato medio settimanale (in migliaia di euro), S = spesa mensile per manutenzione sala e noleggio film (in migliaia di euro) e L = localizzazione della sala (C = centrale, P = periferica). I dati sono riportati di seguito:

F	15	6	11	16	18	14	16	12
S	8.2	3.4	6.2	12.5	13.2	7.2	11.2	5.2
L	C	C	P	C	P	C	C	P

1. Si rappresenti graficamente la distribuzione della mutabile L . \hookrightarrow
2. Si valuti, confrontando opportuni indici, la variabilità delle Spese e del Fatturato. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Per determinare il grado di connessione tra le variabili F e L si costruisca la corrispondente tabella a doppia entrata raggruppando le modalità di F in 3 classi, chiuse a destra, di ampiezza 7 a partire da 0 (limite inf della prima classe) e si calcoli un opportuno indice. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Della serie storica X_t del fatturato medio nazionale delle sale cinematografiche tra il 2008 e il 2012 si hanno le seguenti serie incomplete di numeri indici espressi su scala centesimale (base 100):

t	$NIBM$	$NIBF$
2008		100
2009	114	
2010		116
2011	106	
2012		131

1. Si completino le due serie di numeri indici in tabella. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Sapendo che $x_{2010} = 261$, si calcoli x_{2012} . \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2010 al 2012 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento ai singoli dati relativi alle 8 sale cinematografiche (già utilizzati al punto 2 dell'Esercizio 1)

F	15	6	11	16	18	14	16	12
S	8.2	3.4	6.2	12.5	13.2	7.2	11.2	5.2
L	C	C	P	C	P	C	C	P

si vuole studiare la relazione tra Fatturato (variabile dipendente) e Spesa.

1. Si rappresentino graficamente le coppie di dati e la funzione di regressione di F dato S . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) F^* = a + b \cdot S \qquad II) F^* = c \cdot \sqrt{S}$$

3. Sulla base del miglior modello si preveda il fatturato di una sala cinematografica con spese pari a 5 mila euro. \hookrightarrow
4. Si determini il valore del rapporto di correlazione tra le due variabili $\eta_{F|S}^2$, commentando il valore trovato. \hookrightarrow
5. Descrivere come si potrebbe trattare la mutabile L per inserirla nel modello di regressione I). $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Date due differenti urne, U_1 e U_2 , contenenti palline numerate, un esperimento casuale consiste nell'estrarre una pallina da ciascuna urna. Sapendo che nell'urna U_1 vi sono 5 palline con numeri da 1 a 5 e che nell'urna U_2 vi sono 1 pallina con il numero 1, 1 pallina con il numero 3 e 8 palline con il numero 5:

1. costruire la distribuzione di probabilità della variabile casuale $X =$ 'risultato estrazione urna U_2 '. \hookrightarrow
2. Calcolare la probabilità che la somma dei numeri delle 2 palline estratte dia 6.
3. Calcolare la probabilità che, su 10 estrazioni con reinserimento dall'urna U_2 , almeno 2 palline presentino il numero 1. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 14.01.2016 (Tema 286)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Data la seguente tabella a doppia entrata della distribuzione congiunta dei caratteri $X =$ 'quantità di neve caduta (in cm)' in un mese e $Y =$ 'qualità della neve (scadente o buona)' in alcune località di montagna:

$Y \setminus X$	0 + 10	10 + 50	50 + 100
<i>scadente</i>	0	2	0
<i>buona</i>	2	2	2

1. Fornire la rappresentazione grafica delle distribuzioni *marginali*. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Confrontare con un opportuno indice la variabilità delle distribuzioni condizionate della *qualità* della neve (variabile Y) rispetto alla *quantità* di neve caduta. Commentare i risultati. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Calcolare moda e mediana per la marginale X . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Misurare la dipendenza tra le due variabili con un opportuno indice di connessione. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i dati dei prezzi medi annui di 2 beni di largo consumo per 5 anni:

t	<i>bene A</i>	<i>bene B</i>
2005	10	2
2006	11	3
2007	10	4
2008	12	4
2009	14	3

1. Calcolare, giustificando la risposta, la variazione percentuale del prezzo medio del bene A passando dal 2006 al 2009. \hookrightarrow
2. Calcolare, mostrandone il procedimento, la serie dei NIBM del bene B . \hookrightarrow
3. Calcolare il tasso medio di variazione del prezzo del bene B nell'intervallo 2005-2008, commentandone il risultato. \hookrightarrow
4. Sapendo che le quantità dei due beni vendute nel 2005 sono state rispettivamente 100 e 300, calcolare, se possibile, l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2009 con base 2005. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolte le seguenti 5 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 5$

x_i	2	3	3	3	4
y_i	20	13	13	15	20

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti e della funzione di regressione di Y dato X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = \alpha + \beta \cdot (X - 3)^2$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando le eventuali differenze. \hookrightarrow
4. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 4$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Un dado Δ viene truccato in modo che la faccia 4 non esca mai:

1. Descrivere (valori e probabilità) e rappresentare graficamente la v.c. $X =$ 'risultato del lancio del dado Δ '. \hookrightarrow
2. Calcolare la probabilità che, su 120 lanci del dado Δ , almeno la metà dia risultato pari. \hookrightarrow
3. Calcolare la probabilità che in una generica estrazione del LOTTO (5 numeri estratti da 90, senza reimmissione) i primi 3 siano dispari e gli altri siano pari. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 28.01.2016 (Tema 287)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta della variabile statistica doppia (X, Y) , con X carattere qualitativo.

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3	
x_1		2		
x_2				

1. Si completino le frequenze nella tabella in modo tale che siano verificate contemporaneamente le tre seguenti condizioni: a) la distribuzione $Y|x_1$ sia caratterizzata da massima eterogeneità; b) $\chi_{\max}^2 = 9$; c) sussista indipendenza stocastica tra le variabili X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si sostituiscano alle modalità y_1, y_2 e y_3 di Y le classi $2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 6$ e $6 \rightarrow 10$, e si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Posto ora $n_{11} = n_{13} = 2$ e $n_{21} = n_{22} = n_{23} = 11$, si calcolino le medie e le varianze delle distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ e si confronti la variabilità delle due distribuzioni condizionate. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Si ricostruisca la varianza della marginale Y a partire dai valori delle medie e delle varianze condizionate determinati al punto precedente.

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica:

t	x_t
2008	500
2009	250
2010	125
2011	250
2012	500

1. Si ricostruiscono le serie dei numeri indici a base fissa, con base 2009, e a base mobile. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcolino e si commentino i seguenti numeri indici con base 2010: ${}_{2010}I_{2008}$ e ${}_{2010}I_{2012}$. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2008 al 2011 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	54.6	148.41	403.43	1096.63	2980.96
y_i	6	8	9	10	12

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot \ln(X) \qquad II) Y^* = c$$

3. Si indichino i valori assunti da $\eta_{Y|X}^2$ ed $\eta_{X|Y}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 4 Euro: si lancia un dado regolare; se esce la faccia 3 oppure la 4 si vince 1 Euro, se esce la faccia 5 oppure la 6 si vincono 8 Euro, altrimenti si perde.

1. Costruita la variabile casuale $Y =$ 'guadagno del giocatore' si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
2. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 3 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 2 volte. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Nell'ipotesi di ripetere il gioco 100 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 59 volte. \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 11.02.2016 (Tema 288)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Al fine di studiare la relazione esistente tra il prezzo di un determinato prodotto e l'andamento economico, vengono rilevate le variabili X = 'andamento economico' e Y = 'prezzo del prodotto'. I dati sono raccolti nella seguente tabella:

$X \setminus Y$	40 - 50	50 - 70	70 - 80
recessione	4	4	4
espansione	4	4	0

1. Fornire la rappresentazione grafica della distribuzione marginale di X e della condizionata $Y|X = recessione$.
2. Si calcoli un opportuno indice di posizione per la variabile X e la media geometrica di Y .
3. Si calcoli con un opportuno indice la mutabilità di X , commentandone il risultato.
4. Misurare la connessione tra le variabili X e Y e commentare il risultato.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie dei NIBF di un titolo azionario quotato sul mercato finanziario:

t	NIBF
2011	0.95
2012	1.05
2013	1
2014	0.95
2015	0.9

1. Si identifichi l'anno base e si interpreti il significato del numero indice a base fissa riferito al tempo 2015.
2. Calcolare, mostrandone il procedimento, la serie dei NIBM.
3. Sapendo che il prezzo nel 2015 era 100, calcolare il prezzo del titolo nel 2011.
4. Calcolare il tasso medio di variazione annuo nell'intervallo 2012-2015, commentandone il risultato.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	7	8	9	10	11
y_i	2	2	4	3	2

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = \beta \cdot X$$

3. Si indichi, motivando, quale modello presenta il migliore adattamento.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Nell'urna U_1 vengono inserite 2 palline blu e 2 palline rosse e si esegue la seguente procedura:

- si estrae una prima pallina;
- la pallina estratta viene reinserita nell'urna, insieme a 2 ulteriori palline del suo stesso colore;
- si estrae una seconda pallina dall'urna così modificata.

1. Calcolare la probabilità che la prima pallina estratta sia blu.
2. Usando la legge delle probabilità totali, calcolare la probabilità che la seconda pallina estratta sia blu.
3. Gli eventi $A_1 = \{\text{prima pallina estratta è blu}\}$ e $A_2 = \{\text{seconda pallina estratta è blu}\}$ sono indipendenti?
4. Trovare il percentile di ordine 0.025 di X Gaussiana con media 1 e varianza 4, cioè x_p tale che $P(X < x_p) = 0.025$.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 09.06.2016 (Tema 289-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta della variabile statistica doppia (X, Y) .

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
2		2	
4			

- Si completino le frequenze nella tabella in modo tale che siano verificate contemporaneamente le due seguenti condizioni:
a) la distribuzione $Y|x_1$ sia caratterizzata da assenza di variabilità; b) $n_{21} = n_{23}$; c) $\chi^2 = \chi^2_{\max} = 6$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si sostituiscano alle modalità y_1, y_2 e y_3 di Y le classi $2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 6$ e $6 \rightarrow 10$, e si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si riassumano le distribuzioni marginali X e Y con opportuni indici di posizione e variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	x_t	$NIBF(2010 = 1)$	$NIBM$
2008		4	
2009	100		
2010		1	0.5
2011	100		
2012			2

- Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si calcoli e si commenti il numero indice ${}_{2008}I_{2010}$. \hookrightarrow
- Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2008 al 2012 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	4	5	6	7	8
y_i	6	8	9	10	12

- Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
- Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

- Si giustifichi se vale la relazione $\eta^2_{Y|X} < \eta^2_{X|Y}$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Nell'urna U_1 vengono inserite 2 palline blu e 2 palline rosse e si esegue la seguente procedura:

- si estrae una prima pallina;
- la pallina estratta viene reinserita nell'urna, insieme a 4 ulteriori palline: 2 del suo stesso colore e 2 dell'altro colore;
- si estrae una seconda pallina dall'urna così modificata.

- Calcolare la probabilità che la prima pallina estratta sia blu. \hookrightarrow
- Usando la legge delle probabilità totali, calcolare la probabilità che la seconda pallina estratta sia blu. \hookrightarrow
- Gli eventi $A_1 = \{\text{prima pallina estratta è blu}\}$ e $A_2 = \{\text{seconda pallina estratta è blu}\}$ sono indipendenti? \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 23.06.2016 (Tema 289)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Data la seguente tabella a doppia entrata della distribuzione congiunta dei caratteri $X =$ 'tipo di contratto di lavoro' e $Y =$ 'salario lordo orario (in euro)' in una società industriale:

$X \setminus Y$	0 - 10	10 - 20	20 - 40
<i>dipendente</i>	1	2	0
<i>autonomo</i>	0	0	1

1. Fornire la rappresentazione grafica delle distribuzioni marginali.
2. Confrontare con un opportuno indice la variabilità delle distribuzioni condizionate ($Y|X$) del salario rispetto al tipo di contratto. Commentare i risultati.
3. Calcolare moda, media e mediana per la marginale Y .
4. Misurare la dipendenza tra le due variabili con un opportuno indice di connessione.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie dei NIBM di un titolo azionario quotato in borsa:

t	$NIBM$
2010	-
2011	1.25
2012	0.64
2013	1.25
2014	0.75

1. Si interpreti il significato di ${}_{2010}I_{2011}$, numero indice riferito al tempo 2011 con base 2010.
2. Calcolare, mostrandone il procedimento, la serie dei NIBF con base 2010.
3. Sapendo che il prezzo del titolo era pari a 200 nel 2013, calcolare il prezzo nel 2011.
4. Calcolare il tasso medio di variazione annuo nell'intervallo 2011-2014, commentandone il risultato.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolte le seguenti 5 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 5$

x_i	-7	-7	-6	-5	-5
y_i	2	4	4	4	6

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti, insieme alla funzione di regressione di Y dato X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot (X - 3)$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire sul valore di $\eta_{Y|X}^2$.
5. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 10$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

La durata (in mesi) delle batterie prodotte da un'azienda segue una distribuzione normale di media 21 e scarto quadratico medio 9. Sono considerate difettose le batterie che durano meno di 17 mesi.

1. Qual è la probabilità che una batteria estratta a caso dal flusso produttivo sia difettosa?
2. Estraendo con reimmissione un campione di 10 batterie, quale è la probabilità che meno di due siano difettose?
3. Considerato un campione di 4400 batterie estratte con reimmissione, indicare qual è la probabilità che non più di 400 siano difettose.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 13.07.2016 (Tema 289-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la distribuzione congiunta dei caratteri quantitativi X e Y .

$X \setminus Y$	0 + 2	2 + 4	4 + 6
2	1	2	1
4	1	0	1

- Si rappresentino graficamente le distribuzioni condizionate $X|y_1$ e $Y|x_1$.
- Si riassumano le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e variabilità.
- Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	x_t	$NIBF(2010 = 1)$	$NIBM$
2008			
2009	100		0.5
2010		1	
2011	100		2
2012		4	

- Si completi il prospetto con i dati mancanti.
- Si calcoli e si commenti il numero indice ${}_{2012}I_{2010}$.
- Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2008 al 2012 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	2	3	4	4
y_i	2	4	3	2	4

- Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
- Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

- Si giustifichi se vale la relazione $\eta_{Y|X}^2 \geq \eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

In un gioco si possono vincere, con un biglietto del costo di 1 Euro, fino a due premi: il premio a di 1 Euro con probabilità 0.11 e il premio b di 2 Euro con probabilità 0.15. La probabilità complessiva di vincere o uno o l'altro dei due premi è pari a 0.20.

- Si calcoli la probabilità di vincere entrambi i premi.
- Si stabilisca se il gioco è equo.
- Nell'ipotesi di ripetere il gioco 3 volte si calcoli la probabilità di vincere il premio a oppure il premio b almeno 2 volte.
- Nell'ipotesi di ripetere il gioco 100 volte si calcoli la probabilità di vincere il premio a oppure il premio b almeno 12 volte.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 23.08.2016 (Tema 290-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta della variabile statistica doppia (X, Y) , con X carattere qualitativo sconnesso.

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1		2		
x_2				

- Si completino le frequenze nella tabella in modo tale che siano verificate contemporaneamente le tre seguenti condizioni: a) la distribuzione $Y|x_1$ sia caratterizzata da massima eterogeneità; b) $\chi_{\max}^2 = 12$; c) sussista indipendenza stocastica tra le variabili X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si sostituiscano ora alle modalità y_1, y_2, y_3 , e y_4 di Y le classi $2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 6, 6 \rightarrow 10$ e $10 \rightarrow 12$ e si considerino le frequenze congiunte $n_{11} = n_{13} = n_{14} = 2$ e $n_{21} = n_{22} = n_{23} = n_{24} = 11$.
Si rappresentino graficamente le funzioni di ripartizione delle distribuzioni marginali X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si costruisca il grafico Box & Whiskers plot della marginale Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie storica:

t	x_t
2011	300
2012	150
2013	75
2014	150
2015	300

- Si ricostruiscano le serie dei numeri indici a base fissa, con base 2012, e a base mobile. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
- Si calcolino e si commentino i seguenti numeri indici ${}_{2011}I_{2013}$ e ${}_{2013}I_{2015}$. \hookrightarrow
- Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2012 al 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	16	25	36	49	64
y_i	6	8	9	10	12

- Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
- Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot \sqrt{X} \quad II) Y^* = c$$

- Si giustifichi se vale la relazione $\eta_{Y|X}^2 > \eta_{X|Y}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per il seguente gioco è prevista una posta di 1 Euro: si lanciano due dadi; se la somma dei punteggi ottenuti con i due dadi è inferiore a 5 si vincono 10 Euro, se invece è superiore a 9 si vincono 15 Euro.

- Si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
- Nell'ipotesi di ripetere il gioco 10 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 2 volte. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
- Nell'ipotesi di ripetere il gioco 100 volte si calcoli la probabilità di vincere almeno 40 volte. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 08.09.2016 (Tema 290)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La tabella seguente raccoglie i dati relativi a 91 nazioni, sul reddito pro-capite X (in migliaia di dollari) e tasso di mortalità infantile Y (n. decessi ogni 1000 nati vivi):

$X \setminus Y$	0 - 10	10 - 40	40 - 100
0 - 10	1	16	26
10 - 30	10	18	3
30 - 100	15	2	0

1. Rappresentare graficamente la marginale X .
2. Confrontare la variabilità delle marginali X e Y .
3. Valutare la connessione tra X e Y con un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

A partire dalla serie storica delle vendite, in n. pezzi, $Y(i)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, di un certo prodotto in 5 successivi anni, si è costruita la seguente tabella, dove $\Delta_i = Y(i) - Y(i - 1)$, mentre ${}_1I_i$ sono i numeri indici con base $i = 1$:

i	Δ_i	${}_1I_i$
1	-	1
2	697	1.043
3	696	1.086
4	211	1.099
5	600	1.136

1. Fornire il significato di ${}_1I_2$, numero indice riferito al tempo 2 con base 1.
2. Calcolare, mostrandone il procedimento, la serie dei NIBM.
3. Calcolare il valore di $Y(1)$.
4. Calcolare il tasso medio di variazione annuo tra il secondo ($i = 2$) e il quinto anno ($i = 5$), interpretando il risultato.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolte le seguenti 8 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 8$

x_i	5	5	10	10	15	15	20	20
y_i	2	4	1	2.8	1	0.5	1	2

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c + d/X$$
3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. In base al modello migliore fornire il valore teorico di Y per $X = 30$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si lanciano 2 dadi equilibrati, il primo regolare (con simboli 1, 2, 3, 4, 5, 6) e il secondo con simboli di valore 1, 2, 0, 0, 0, 0.

1. Descrivere (specificando valori e probabilità) le variabili casuali $X_1 =$ 'risultato del dado 1' e $X_2 =$ 'risultato del dado 2'.
2. Calcolare $M(X_1 + X_2)$.
3. Calcolare la probabilità che, su 6 lanci, il secondo dado presenti 3 volte valore 0.
4. Calcolare la probabilità che su $n = 200$ lanci l'evento 'secondo dado di valore 0' si presenti non più di 127 volte.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 20.01.2017 (Tema 291)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Al fine di analizzare la relazione tra la variabile $X =$ 'Nazione' e $Y =$ 'Salario annuo (in migliaia di euro)' rilevate su 20 unità statistiche, si sono raccolti i seguenti dati:

$X \setminus Y$	10 - 20	20 - 25	25 - 30
Francia	2	7	0
Italia	8	2	1

1. Si rappresentino graficamente la distribuzione *marginale* di X e la *condizionata* di $Y|X = Italia$. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli un opportuno indice di posizione per la variabile X . \hookrightarrow Si calcolino inoltre la media aritmetica e la mediana di $Y|X = Francia$. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli l'indice di mutabilità normalizzato di X , commentandone il risultato. \hookrightarrow
4. Misurare e commentare la connessione tra le variabili X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	x_t	$NIBF(t = 2010)$	$NIBM$
2008			
2009			0.25
2010	150	1	0.25
2011		1	
2012			0.5

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli e si commenti ${}_{2008}I_{2010}$, numero indice riferito al tempo 2010 con base 2008. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2008 al 2010 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 capofamiglia con riferimento a due caratteri quantitativi $X =$ numero dei componenti della famiglia e $Y =$ spesa per un vacanza di due giorni (in centinaia di euro).

x_i	1	2	2	2	3	4	4	4
y_i	1	1	2	3	3	3	4	5

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando la spesa in funzione del numero dei componenti della famiglia. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Si determini il valore di $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow
5. Si dica, senza effettuare calcoli e motivando la risposta, se $\eta_{X|Y}^2 = 1$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Una indagine di una compagnia telefonica ha stabilito che la durata (in secondi) delle chiamate dei propri utenti è distribuita come una Normale di media μ e varianza σ^2 .

1. Sapendo che il 50% degli utenti effettua chiamate inferiori a 190 secondi, stabilire il valore della media μ .
2. Supponendo che $\mu = 290$ e $\sigma = 80$, si calcoli la probabilità che una telefonata duri più di 370 secondi. \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che su 10 telefonate almeno una duri più di 370 secondi. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 06.02.2017 (Tema 292)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta le distribuzioni relative del carattere quantitativo Y condizionate rispetto alle categorie del carattere qualitativo X .

$Y x_i$	1	2	3	
x_1	1	0	0	1
x_2	0	0.5	0.5	1

1. Sapendo che le frequenze marginali di X sono $n_{1\bullet} = 10$ e $n_{2\bullet} = 20$ si ricostruiscono le frequenze congiunte della variabile doppia (X, Y) .
2. Si rappresentino graficamente le frequenze cumulate della marginale Y e se ne determini il valore della mediana.
3. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ mediante opportuni indici di posizione e di variabilità.
4. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie dei NIBF del fatturato annuo di un'ipotetica azienda:

t	$NIBF$
2012	1
2013	1.1
2014	1.045
2015	1.254
2016	1.254

1. Calcolare, mostrandone il procedimento, la serie dei NIBM e interpretare il valore di ${}_{2012}I_{2013}$, numero indice al tempo 2013 con base 2012.
2. Sapendo che il fatturato nel 2016 era 100000 Euro, calcolare il fatturato nel 2013.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2013 al 2016 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	2	4	6	6
y_i	1	2	3	1	2

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Si motivi perché $\eta_{X|Y}^2 < \eta_{Y|X}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna $U1$ contiene 3 palline nere e 1 pallina rossa. L'urna $U2$ contiene 9 palline nere e 10 palline rosse.

1. Si calcoli la probabilità che estraendo una pallina dall'urna $U1$ e una pallina dall'urna $U2$ solo una delle due palline sia nera (si ottengano una pallina nera e una pallina rossa).
2. Si calcoli la probabilità che estraendo senza reimmissione 4 palline dall'urna $U2$ ce ne siano almeno 3 nere.
3. Si estraiga una pallina dall'urna $U1$ e la si metta nell'urna $U2$. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 2 palline dall'urna $U2$ si ottengano 2 palline nere.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 21.02.2017 (Tema 293)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Una indagine su 210 cittadini riporta la categoria di età X e la spesa media mensile per l'attività sportiva Y . Le distribuzioni delle *frequenze relative* di X e delle *densità di frequenza* di Y sono le seguenti:

x_i	f_i	$h_{j-1} \div h_j$	d_j
<i>giovani</i>	0.50	5 ÷ 10	10
<i>adulti</i>	0.30	10 ÷ 20	11
<i>senior</i>	0.20	20 ÷ 25	10

- Si costruiscano le distribuzioni di frequenza assolute delle due variabili.
- Si rappresentino graficamente le due variabili e si riassumano le stesse con opportuni indici di posizione e di variabilità.
- Si calcoli l'indice di asimmetria della variabile Y .
- Si costruisca la tabella delle frequenze congiunte delle due variabili nel caso di indipendenza stocastica e si dica invece quanto varrebbe l'indice di connessione χ^2 nel caso di massima dipendenza.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento alla seguente serie di Numeri Indici a Base Mobile:

t	$NIBM$
2008	
2009	0.92
2010	0.95
2011	1.05
2012	1.08

- Si ricostruisca, mostrandone il procedimento, la serie storica dei dati x_t sapendo che $x_{2010} = 91$.
- Si calcoli il numero indice al tempo 2012 con base 2010 e si commenti il risultato ottenuto.
- Si calcoli il tasso medio di variazione nel periodo 2008-2010 interpretando il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	2	2	3	4	4	5
y_i	10	10	13	13	18	20	20	20

- Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
- Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = \exp(cX)$$

- Si individui il modello migliore.
- Si dica, motivando la risposta ma senza fare calcoli, se $\eta_{Y|X}^2 \neq \eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si considerano due urne contenenti palline numerate. L'urna U_1 contiene palline coi numeri 1, 2 e 3, in eguale numerosità, mentre l'urna U_2 è così composta: {4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 8}.

- Si costruisca la distribuzione di probabilità delle variabili casuali $X =$ 'risultato di una estrazione dall'urna U_1 ' e $Y =$ 'risultato di una estrazione dall'urna U_2 '.
- Si estrae una pallina da ciascuna urna. Si calcoli la probabilità che la somma dei numeri estratti sia minore o uguale a 6.
- Considerando solo l'urna U_2 , si calcoli la probabilità che su 200 estrazioni con reimmissione il numero 8 esca almeno 50 volte.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 08.06.2017 (Tema 294-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	1	2	3
x_1	8	16	16
x_2	16	32	32

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni di frequenza delle marginali X e Y .
2. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ mediante opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie storica del fatturato annuo di un'azienda:

t	x_t
2012	50
2013	55
2014	52.25
2015	62.7
2016	62.7

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base mobile e si calcoli, commentando il risultato, il valore di ${}_{2013}I_{2015}$, numero indice al tempo 2015 con base 2013.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2013 al 2015 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	2	4	6	6
y_i	2	2	3	2	2

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna U_1 contiene 3 palline nere e 1 pallina rossa. L'urna U_2 contiene 9 palline nere e 10 palline rosse.

1. Si calcoli la probabilità che estraendo una pallina dall'urna U_1 e una pallina dall'urna U_2 si ottengano due palline dello stesso colore (si ottengano due palline nere oppure due palline rosse).
2. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 4 palline dall'urna U_2 ce ne siano almeno 3 nere.
3. Si estrarrebbero contemporaneamente due palline dall'urna U_1 e le si mettano nell'urna U_2 . Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 2 palline dall'urna U_2 (modificata) si ottengano 2 palline nere.

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 22.06.2017 (Tema 294)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Data la seguente tabella a doppia entrata che riporta la distribuzione congiunta dei caratteri $X =$ 'genere' e $Y =$ 'tempo dedicato settimanalmente ai lavori domestici (in ore)' per un collettivo di 10 persone:

$X \setminus Y$	0 + 2	2 + 4	4 + 8
<i>maschio</i>	6	0	0
<i>femmina</i>	0	2	2

1. Fornire una opportuna rappresentazione grafica delle distribuzioni marginali di X e Y .
2. Calcolare moda, media e mediana per la marginale Y .
3. Si calcoli un opportuno indice di eterogeneità per la variabile X e se ne commenti il valore.
4. Si calcolino la varianza within e la varianza between del tempo dedicato ai lavori domestici considerando come gruppi quelli definiti dal genere e si commentino i risultati ottenuti.
5. Senza fare calcoli, si dica che valore assume l'indice χ^2 normalizzato.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la serie storica dei prezzi di due beni A e B fra il 2012 e il 2016:

t	AP_t	BP_t
2012	200	400
2013	210	410
2014	220	380
2015	240	390
2016	260	410

1. Costruire la serie dei numeri indice a base fissa con base nel 2012 per il bene A .
2. Sapendo che le quantità $Aq_{2012} = 100$ e $Bq_{2012} = 200$, calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2013 con base al 2012.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione del prezzo del prodotto A nel periodo 2014-2016 interpretando il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolti i dati relativi alle seguenti 5 coppie di osservazioni $(x_i, y_i) \ i = 1, 2, \dots, 5$

x_i	2	3	4	5	2
y_i	-1	0	1	2	3

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando le eventuali differenze.
4. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire sui valori di $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$?
5. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 5$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Nel corso della sperimentazione dei metodi di indagine per l'intolleranza al glutine viene messo a punto un nuovo test. I possibili esiti che il test può dare sono due: POSITIVO se il test dichiara l'individuo come intollerante o NEGATIVO se nell'esame non emerge una intolleranza al glutine.

Tuttavia il metodo di screening non è infallibile e la positività al test non predice perfettamente se l'individuo è davvero intollerante (e quindi MALATO) oppure se è SANO.

Sapendo che la probabilità che un individuo sia malato nella popolazione di riferimento è pari a 0.2. È inoltre noto che la diagnosi attraverso il test clinico ha le seguenti caratteristiche: la probabilità che un soggetto risulti positivo dato che nella realtà è malato è pari a 0.85 mentre la probabilità che un individuo risulti positivo dato che è sano è pari a 0.1.

Si risponda alle seguenti domande:

1. Quale è la probabilità che un generico individuo risulti positivo al test?
2. Quale è la probabilità che un individuo sia davvero malato dato che è risultato positivo al test?
3. Estratti con reinserimento 10 individui dalla popolazione, dire quale è la probabilità che almeno uno di essi sia malato.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 14.07.2017 (Tema 294-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	1	2	3
x_1	2	2	0
x_2	0	2	2

1. Si rappresenti graficamente la distribuzione di frequenza della condizionata $Y|x_1$ e si misuri l'eterogeneità delle distribuzioni $X|y_2$ e $X|y_3$.
2. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ mediante opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie storica del fatturato annuo di un'azienda:

t	x_t
2012	50
2013	55
2014	52.25
2015	62.7
2016	62.7

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base fissa con base 2013 e si calcoli, commentando il risultato, il valore di ${}_{2015}I_{2012}$, numero indice al tempo 2012 con base 2015.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2012 al 2016 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2	4	4	4	6

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire con riferimento ai dati in esame riguardo alla relazione tra ρ^2 ed $\eta_{Y|X}^2$.
5. Si motivi perché $\eta_{X|Y}^2 < \eta_{Y|X}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna U_1 contiene 6 palline nere e 2 palline rosse. L'urna U_2 contiene 18 palline nere e 1 pallina rossa.

1. Si calcoli la probabilità che estraendo prima una pallina dall'urna U_1 e poi una pallina dall'urna U_2 la prima sia rossa e la seconda sia nera.
2. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 40 palline dall'urna U_2 almeno una sia rossa.
3. Si estraggano, con reimmissione, due palline dall'urna U_1 e le si mettano nell'urna U_2 . Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 2 palline dall'urna U_2 (modificata) si ottengano 2 palline nere.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 21.08.2017 (Tema 295-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	2	3	4	
x_1		4		
x_2		2	2	6
				18

1. Sapendo che la varianza between di Y rispetto ai gruppi definiti dalle categorie della variabile X è nulla, si costruisca la distribuzione delle frequenze congiunte delle due variabili.
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali e si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e di variabilità.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Della serie storica X_t sono noti i valori riportati nel seguente prospetto:

t	x_t
2010	20
2011	
2012	24
2013	
2014	

1. Sapendo che nel periodo considerato la grandezza X_t ha subito variazioni assolute costanti, si ricostruiscono, mostrandone il procedimento, la serie storica dei dati x_t e la serie dei numeri indici a base fissa con base 2010.
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2011 e si commenti il risultato ottenuto.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2012 e il 2014, interpretando il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	3	3	3	5
y_i	1	1	2	3	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Si individui il modello migliore.
4. Si indichi, motivando la risposta ma senza fare calcoli, l'intervallo dei valori che può assumere $\eta^2_{Y|X}$.
5. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 10$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente gioco. Si lancia in primo luogo una moneta. Se esce testa si puntano 2 Euro sul risultato del lancio di un dado e si vincono 3 Euro se esce un numero pari. Se, invece, esce croce si puntano 4 Euro sul risultato del lancio di un dado e si vincono 9 Euro se esce un numero dispari.

1. Si stabilisca se il gioco è equo.
2. Si lanciano 100 volte 2 dadi. Calcolare la probabilità che almeno 2 volte entrambi diano risultato 1.
3. Si lanciano 100 volte 2 dadi. Calcolare la probabilità che almeno 17 volte entrambi diano un risultato dispari.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 07.09.2017 (Tema 295)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	2	3	4	
x_1	0		0	
x_2		2		6

1. Sapendo che la distribuzione marginale di X è caratterizzata da massima eterogeneità e che $M(Y|x_1) = M(Y|x_2)$ si costruisca la distribuzione delle frequenze congiunte. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcolino la media e la varianza della Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Considerati i due gruppi di osservazioni relativi alle condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ si indichi il valore della varianza within. \hookrightarrow
4. Senza effettuare calcoli, indicare se, e perché, le marginali X e Y sono indipendenti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Della serie storica X_t sono noti i valori riportati nel seguente prospetto:

t	x_t
2010	20
2011	
2012	24.2
2013	
2014	

1. Sapendo che nel periodo considerato la grandezza X_t ha subito variazioni relative costanti \hookrightarrow , si ricostruiscono, mostrandone il procedimento, la serie storica dei dati x_t e la serie dei numeri indici a base mobile. \hookrightarrow
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2011 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2012 e il 2014, interpretando il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	2	2	4
y_i	2	2	3	4	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c + d \cdot \sqrt{X}$$

3. Si individui il modello migliore. \hookrightarrow
4. Si indichi, **motivando** la risposta ma senza fare calcoli, quale relazione è vera: \hookrightarrow
 - $\eta_{X|Y}^2 > \rho^2$
 - $\eta_{X|Y}^2 = \rho^2$
 - $\eta_{X|Y}^2 < \rho^2$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Da un mazzo di carte da bridge (52 carte) vengono tolte le 13 carte di picche.

1. Considerando l'esperimento di estrazione casuale, con reimmissione, di 3 carte costruire la variabile casuale $X =$ 'n. di carte con seme di colore nero' (valori e probabilità). \hookrightarrow
2. Calcolare $M(X)$. \hookrightarrow
3. Considerando ora $n = 30$ successive estrazioni (sempre con reimmissione) calcolare la probabilità che almeno 15 siano di colore nero. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 17.01.2018 (Tema 296)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta le distribuzioni relative condizionate della variabile $Y = \text{Numero di ingressi al museo nell'ultimo mese}$ rispetto alla variabile $X = \text{Zona di provenienza del visitatore}$, ricavata a seguito di una indagine campionaria:

$Y X$	0 + 2	2 + 7	7 + 10	
$NORD$	0.3	0.4	0.3	1
$CENTRO$	0.2	0.6	0.2	1
SUD	0.3	0.4	0.3	1

1. Senza effettuare calcoli, si dica se è possibile concludere che esiste indipendenza stocastica tra X e Y . Motivare la risposta. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Costruire la tabella delle frequenze congiunte sapendo che 50 dei visitatori intervistati provengono dal $NORD$, 50 dal $CENTRO$ e 50 dal SUD . \hookrightarrow
3. Si rappresenti graficamente la variabile X e se ne calcoli moda e varianza. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Si calcoli l'indice di mutabilità normalizzato di Y e se ne commenti il risultato. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	$NIBF(\text{base} = 2014)$	$NIBM$
2012		
2013		0.8
2014		1
2015		1
2016	0.6	

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli e si commenti il NIBF del 2016 con base 2013 (${}_{2013}I_{2016}$). \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2013 al 2016 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 capofamiglia con riferimento a due caratteri quantitativi $X = \text{numero dei componenti della famiglia}$ e $Y = \text{spesa mensile per musei e mostre (in euro)}$.

x_i	1	2	2	3	3	4	4	5
y_i	20	29	31	40	50	21	19	10

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando la spesa in funzione del numero dei componenti della famiglia. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot (X - 3)^2$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati. \hookrightarrow
4. Senza effettuare calcoli e motivando la risposta, si stabilisca: a) l'intervallo di possibili valori assumibili da $\eta_{Y|X}^2$; b) se $\eta_{X|Y}^2 < 1$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La retribuzione media mensile lorda di un laureato in Economia è distribuita come una Normale di media $\mu = 1600$ euro e varianza $\sigma^2 = 10\,000$ euro.

1. Quale percentuale di laureati guadagna più di 1700 euro al mese? \hookrightarrow
2. Quale è il reddito limite mensile che definisce il 10% superiore della retribuzione dei laureati in Economia? \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che su 10 laureati selezionati casualmente almeno uno guadagni più di 1700 euro al mese. \hookrightarrow
 $\hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 31.01.2018 (Tema 297)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento a 10 famiglie sono disponibili le distribuzioni marginali dei due caratteri $X =$ 'numero di visite effettuate a musei nello scorso anno' e $Y =$ 'durata massima della visita'.

x_i	n_i		y_j	n_j
10	4		1-3	4
11	2		3-7	6
12	4			

1. Si rappresentino graficamente le due variabili X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si confrontino le due distribuzioni mediante opportuni indici di posizione e di variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si costruisca la distribuzione congiunta di X e Y nell'ipotesi che tra i due caratteri sussista dipendenza funzionale. \hookrightarrow
4. Si costruisca la distribuzione congiunta di X e Y nell'ipotesi di indipendenza stocastica. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	x_t	$NIBF(base = 2013)$	$NIBM$
2012			
2013	24	1	0.5
2014	24		
2015		0.5	
2016			0.5

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2013 al 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 capifamiglia con riferimento ai tre caratteri $X =$ 'numero dei componenti della famiglia', $Y =$ 'spesa mensile per musei e mostre (in euro)' e $W =$ 'livello di gradimento registrato nelle visite dello scorso anno' con categorie $b =$ 'basso' e $a =$ 'alto'.

x_i	2	2	3	4	4
y_i	41	45	45	45	49
w_i	a	a	b	b	a

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando la spesa in funzione del numero dei componenti della famiglia. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c + d \cdot V$$

con V variabile dummy che ricodifica le categorie di W nel modo seguente $v_i = \begin{cases} 0 & \text{se } w_i = b \\ 1 & \text{se } w_i = a \end{cases}$

3. Si indichi, motivando la risposta, quale modello presenta il migliore adattamento. \hookrightarrow
4. Si indichi l'intervallo dei valori possibili per $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{Y|W}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna A contiene 4 elementi contrassegnati con i simboli 1, 2, 3, 4, l'urna B 3 elementi contrassegnati con 2, 4, 6.

1. Si paga una posta di 3€ per partecipare al seguente gioco. Si lancia una moneta con $P(testa) = 0.1$ e $P(croce) = 0.9$. Se esce testa si estrae un elemento dall'urna A altrimenti uno dall'urna B . Si vince una somma in € pari al simbolo che contrassegna l'elemento estratto. Si costruisca la variabile casuale guadagno del giocatore e si stabilisca se il gioco è equo. \hookrightarrow
2. Si consideri il seguente esperimento. Si estrae un elemento dall'urna B e lo si inserisce nell'urna A ; si estrae poi un elemento dall'urna A (modificata). Si calcoli la probabilità che l'elemento estratto dall'urna A rechi un simbolo dispari. \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che in 576 estrazioni con reimmissione dall'urna B ve ne siano almeno 181 con il simbolo 2. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 20.02.2018 (Tema 298)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Data la seguente tabella a doppia entrata che riporta la distribuzione congiunta dei caratteri $X =$ 'genere' e $Y =$ 'numero di visite mediche specialistiche fatte in un anno' di 9 persone:

$X \setminus Y$	0 + 2	2 + 3	3 + 8
maschio	0	0	5
femmina	2	2	0

1. Rappresentare graficamente le distribuzioni marginali di X e di Y .
2. Calcolare media aritmetica e media geometrica della marginale Y .
3. Calcolare la varianza within e la varianza between di Y considerando come gruppi quelli definiti dal genere (X) e commentare i risultati ottenuti.
4. Senza fare calcoli e giustificando la risposta, si indichi il valore dell'indice χ^2 normalizzato.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi medi annui di 2 beni di uso quotidiano nel periodo 2012-2016:

t	bene A	bene B
2012	9	77
2013	11	65
2014	12	47
2015	14	35
2016	15	33

1. Costruire la serie dei numeri indici a base fissa dei prezzi con base 2013 per il bene A e la serie dei numeri indici a base mobile dei prezzi per il bene B.
2. Calcolare il tasso medio di variazione per il prezzo del bene B tra il 2013 e il 2015, interpretando il risultato.
3. Note le quantità $A_{q2013} = 150$ e $B_{q2013} = 850$, calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2016 con base 2013.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 7 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y per i quali si vuole studiare la dipendenza di Y da X :

x_i	1	1	3	3	5	5	10
y_i	10	10	21	21	30	30	50

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione di Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot \ln(X)$$

3. Si indichi quale modello presenta il migliore adattamento ai dati.
4. Si dica, motivando teoricamente la risposta, se $\eta_{Y|X}^2 \neq \eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna è composta da 4 gettoni gialli e 16 gettoni blu. Si consideri l'esperimento casuale 'estrazione con reimmissione di 3 gettoni dall'urna'.

1. Si costruisca lo spazio probabilistico Ω associato all'esperimento.
2. Sapendo che ogni gettone giallo reca impresso il numero 2, ogni gettone blu il numero 3, si costruisca la variabile casuale $X =$ 'somma dei valori impressi sui gettoni estratti' e si calcoli la probabilità che X assuma valori maggiori o uguali a 8.
3. Facendo ora 4 estrazioni **senza reimmissione**, si calcoli la probabilità di ottenere almeno 1 gettone giallo.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 04.06.2018 (Tema 299-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si sono rilevati la dimensione X (p = piccola; m = media; g = grande) e il fatturato annuo in centinaia di migliaia di euro Y di 1000 imprese. Si riportano la distribuzione delle frequenze relative di X e le densità di frequenza di Y .

x_i	f_i	y_i	d_i
p	0.60	5 - 10	90
m	0.21	10 - 20	21
g	0.19	20 - 40	17

1. Si costruiscano le distribuzioni delle frequenze assolute di X e di Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si rappresentino graficamente le due variabili $\hookrightarrow \hookrightarrow$ e si riassumano le stesse con opportuni indici di posizione e di variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli la media geometrica e la mediana della variabile Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente contiene le serie storiche dei prezzi dei prodotti A , B e C :

t	Ap_t	Bp_t	Cp_t
2011	200	400	600
2012	220	445	650
2013	210	420	Cp_{2013}
2014	230	460	Cp_{2014}
2015	250	490	700

1. Sapendo che nel 2011 sono state scambiate le seguenti quantità per i 3 prodotti: $Aq_{2011} = 100$, $Bq_{2011} = 200$ e $Cq_{2011} = 100$ si determini, giustificando la risposta, il prezzo del prodotto C nel 2013 tale che la variazione del livello generale dei prezzi dei 3 prodotti al tempo 2013 con base 2011, determinata secondo l'indice di Laspeyres, risulti pari al 5%. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli il numero indice del prezzo del prodotto A al tempo 2013 con base 2011 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione del prezzo del prodotto A tra il 2012 e il 2014, interpretando il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	2	3	3	3	5
y_i	1	2	2	3	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

I) $Y^* = a + b \cdot X$ II) $Y^* = c \cdot X$

3. Si individui il modello migliore. \hookrightarrow
4. Si indichi, motivando la risposta ma senza fare calcoli, l'intervallo dei valori che può assumere $\eta_{X|Y}^2$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri l'esperimento di estrazione di 4 palline da un'urna contenente 21 palline rosse e 29 palline blu.

1. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline blu nell'ipotesi che le 4 estrazioni siano effettuate senza reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline blu nell'ipotesi che le 4 estrazioni siano effettuate con reimmissione. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 36 palline blu nell'ipotesi che siano effettuate 60 estrazioni con reimmissione. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 18.06.2018 (Tema 299)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Un'azienda che produce cibo e prodotti per animali ha condotto una indagine campionaria su 40 individui residenti in una città e proprietari di animali domestici al fine di valutare il luogo ideale per aprire un nuovo punto vendita. Nella tabella sottostante sono state rilevate le frequenze congiunte di due variabili $X =$ 'Luogo di abitazione dell'intervistato' e $Y =$ 'Spesa settimanale in cibo e prodotti per animali' (in euro):

$X \setminus Y$	0 - 10	10 - 20	20 - 100
centro	7	9	0
periferia	8	8	8

1. Fornire una opportuna rappresentazione grafica delle distribuzioni marginali di X e di Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Calcolare moda, media e mediana per la marginale Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Calcolare un opportuno indice di eterogeneità per la variabile X e commentarne il valore. \hookrightarrow
4. Valutare il grado di connessione fra i caratteri X e Y utilizzando un opportuno indice normalizzato. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la serie storica dei prezzi di due beni A e B fra il 2014 e il 2017:

anno	p_A	p_B
2014	100	200
2015	105	205
2016	110	220
2017	120	190

1. Costruire la serie dei numeri indici a base fissa dei prezzi con base 2014 per il bene A . \hookrightarrow
2. Calcolare il tasso medio di variazione per il prezzo del bene A nell'intervallo 2014-2017 e commentare il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Sapendo che le quantità ${}_{2014}q_A = 100$ e ${}_{2014}q_B = 200$ e che ${}_{2016}q_A = 150$ e ${}_{2016}q_B = 180$, calcolare l'indice di Fisher dei prezzi al 2016 con base al 2014. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolte le seguenti 5 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 5$

x_i	-8	-4	-3	-4	1
y_i	2	1	0	1	-2

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti e della funzione di regressione di Y dato X . \hookrightarrow
2. Calcolare, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X^2$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando le eventuali differenze. \hookrightarrow
4. Sulla base dei risultati precedenti e senza svolgere ulteriori conti, cosa è possibile dire sul valore di $\eta_{Y|X}^2$. \hookrightarrow
5. Sulla base del miglior modello individuato al punto 3. prevedere il valore di Y in corrispondenza di $X = 5$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento a un processo produttivo è noto che la proporzione di componenti difettose nella popolazione è pari a 0.12.

1. Dopo avere estratto con reimmissione un campione di 4 componenti, quale è la probabilità che non più di una componente risulti difettosa? $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Calcolare il valore atteso e la varianza del numero di pezzi difettosi per un campione di 100 componenti. \hookrightarrow
3. Con riferimento al campione di 100 componenti del punto precedente, calcolare la probabilità che la quota di pezzi difettosi sia inferiore al 19%. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 10.07.2018 (Tema 299-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Data la seguente tabella a doppia entrata che riporta la distribuzione congiunta dei caratteri $X =$ 'genere' e $Y =$ 'numero di visite mediche specialistiche fatte in un anno' riferite a 9 persone:

$X \setminus Y$	0 + 2	2 + 3	3 + 8
maschio	0	0	5
femmina	2	2	0

1. Rappresentare graficamente le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$.
2. Si riassume la marginale X con opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e di variabilità.
4. Senza fare calcoli e giustificando la risposta, si indichi il valore dell'indice χ^2 (assoluto) e dell'indice χ_N normalizzato.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta i prezzi medi annui di 2 beni di uso quotidiano nel periodo 2012-2016:

t	bene A	bene B
2012	9	27
2013	10	20
2014	12	27
2015	14	35
2016	15	30

1. Costruire la serie dei numeri indici a base fissa dei prezzi con base 2013 per il bene A e la serie dei numeri indici a base mobile dei prezzi per il bene B.
2. Calcolare il tasso medio di variazione per il prezzo del bene A tra il 2013 e il 2016, interpretando il risultato.
3. Nota la quantità $AQ_{2013} = 150$, si determini la quantità BQ_{2013} in modo che l'indice dei prezzi di Laspeyres al tempo 2016 con base 2013 risulti pari a 1.5.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y per i quali si vuole studiare la dipendenza di Y da X :

x_i	1	1	3	5	10
y_i	10	10	21	30	50

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione di Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Si indichi quale modello presenta il migliore adattamento ai dati.
4. Si dica, motivando teoricamente la risposta, se $\eta_{Y|X}^2 \neq \eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna è composta da 6 gettoni gialli e 4 gettoni blu. Si consideri l'esperimento casuale 'estrazione con reimmissione di 2 gettoni dall'urna'.

1. Si costruisca lo spazio probabilistico Ω associato all'esperimento.
2. Un gioco, per cui è prevista una posta di 1 euro, consiste nell'estrazione con reimmissione di 2 gettoni dall'urna e comporta l'obbligo di pagare altri 4 euro per ogni gettone giallo che si presenta, mentre si vincono 8 euro per ogni gettone blu che si presenta. Si costruisca la variabile casuale $G =$ 'guadagno del giocatore' e si stabilisca se il gioco è equo.
3. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 52 gettoni gialli in 100 estrazioni con reimmissione dall'urna.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 23.08.2018 (Tema 300-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta le distribuzioni relative condizionate della variabile $Y = \text{Numero di ingressi al museo nell'ultimo mese}$ rispetto alla variabile $X = \text{Zona di provenienza del visitatore}$, ricavata a seguito di una indagine campionaria:

$Y X$	0 + 2	2 + 7	7 + 10	
$NORD$	0.2	0.6	0.2	1
$CENTRO$	0.2	0.6	0.2	1
SUD	0.2	0.6	0.2	1

1. Senza effettuare calcoli, si dica se è possibile concludere che esiste indipendenza stocastica tra X e Y . Motivare la risposta. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Costruire la tabella delle frequenze congiunte sapendo che 50 dei visitatori intervistati provengono dal $NORD$, 100 dal $CENTRO$ e 150 dal SUD . \hookrightarrow
3. Si rappresenti graficamente la variabile Y e se ne calcoli moda ed eterogeneità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|X = NORD$ e $Y|X = SUD$ con opportuni indici di posizione e di variabilità. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	$NIBF(\text{base} = 2014)$	$NIBM$
2012		
2013	0.89	1
2014		
2015	0.5	
2016		1

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2016 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2012 al 2016 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 capofamiglia con riferimento a due caratteri quantitativi $X = \text{numero dei componenti della famiglia}$ e $Y = \text{spesa mensile per musei e mostre (in euro)}$.

x_i	1	3	3	3	5
y_i	21	31	44	21	11

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando la spesa in funzione del numero dei componenti della famiglia. \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Senza effettuare calcoli e motivando la risposta, si stabilisca: a) l'intervallo di possibili valori assumibili da $\eta^2_{Y|X}$; b) se $\eta^2_{X|Y} < 1$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La retribuzione media mensile lorda di un laureato in Economia è distribuita come una Normale di media $\mu = 2300$ euro e varianza $\sigma^2 = 10\,000$ euro.

1. Quale percentuale di laureati guadagna meno di 2200 euro al mese? $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Quale è il reddito limite mensile che definisce il 10% inferiore della retribuzione dei laureati in Economia? \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che su 10 laureati selezionati casualmente almeno uno guadagni meno di 2200 euro al mese. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 06.09.2018 (Tema 300)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento a due teatri italiani ($x_1 =$ Teatro alla Scala, $x_2 =$ Teatro Regio di Torino) si riporta nella seguente tabella la distribuzione della variabile Y 'età dello spettatore':

$X \setminus Y$	15 - 35	35 - 65	65 - 95
x_1	0	10	5
x_2	5	5	10

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali di X e di Y .
2. Si confronti la distribuzione delle età degli spettatori nei due teatri attraverso opportuni indici di posizione e di variabilità, commentando i risultati ottenuti.
3. Si determini il valore dell'indice χ^2 normalizzato e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la serie storica delle quotazioni dei titoli azionari x_t di una società calcistica italiana in cinque giornate del mese di luglio 2018:

t	x_t
12	65
13	70
14	80
15	85
16	85

1. Si costruiscano la serie dei numeri indici a base fissa con base $t = 12$ e la serie dei numeri indici a base mobile.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione delle quotazioni tra $t = 12$ e $t = 16$ e si interpreti il valore ottenuto.
3. Sapendo che il numero indice a base mobile per il tempo $t = 17$ è risultato pari a 0.95, si determini il valore del titolo x_{17} .

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	1	3	5	5

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione di Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

I) $Y^* = a + b \cdot \ln(X)$ II) $Y^* = c$

3. Si indichi quale modello presenta il migliore adattamento ai dati.
4. Si stabilisca, senza effettuare calcoli e giustificando teoricamente la risposta, il valore assunto dagli indici $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Una pasticceria produce Sachertorte il cui peso in grammi X si distribuisce secondo una variabile aleatoria Normale con media $\mu = 500$ e scarto quadratico medio $\sigma = 16$.

1. Si calcoli la probabilità che una torta pesi meno di 460 grammi.
2. Sapendo che vengono esclusi dalla vendita i prodotti con peso inferiore a 460 grammi e che in una giornata sono state prodotte 10 torte, si calcoli la probabilità che tutte vengano messe in vendita, descrivendo la variabile aleatoria utilizzata.
3. Il guadagno sul prezzo di vendita di ciascuna torta è di 10 euro. Si calcoli il guadagno medio atteso per la giornata (si ipotizzi che tutte le Sachertorte messe in vendita vengano acquistate).

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 16.01.2019 (Tema 301)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta le distribuzioni relative condizionate - ricavate a seguito di una indagine campionaria condotta su $n = 20$ lavoratori autonomi - della variabile $Y = \text{Reddito mensile}$, espressa in migliaia di Euro, rispetto alla variabile $X = \text{Genere}$:

$Y X$	0-2	2-6	6-8	
m	0.1	0.4	0.5	1
f	0.5	0.4	0.1	1

1. Dopo avere rappresentato graficamente la variabile $Y|X = m$, si dica se è possibile concludere che la distribuzione è simmetrica.
2. Costruire la tabella delle frequenze congiunte sapendo che $n/2$ dei lavoratori intervistati sono *maschi* e $n/2$ sono *femmine*.
3. Confrontare, con opportuni indici di posizione e di variabilità, la distribuzione della variabile reddito nei *maschi* (m) e nelle *femmine* (f). Commentare il risultato ottenuto.
4. Calcolare l'indice di mutabilità normalizzato di X e commentare il risultato ottenuto.
5. Senza effettuare calcoli, dire se è possibile concludere che esiste indipendenza stocastica tra X e Y . Motivare la risposta.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	$NIBM$	$NIBF(\text{base} = 2014)$
2014	-	
2015	1	
2016	1	
2017	0.9	
2018		

1. Sapendo che la grandezza oggetto di studio ha subito un decremento medio annuo del 30% dal 2014 al 2018, trovare il valore del $NIBM$ del 2018.
2. Ricostruire la serie dei $NIBF$ con base 2014.
3. Calcolare il valore del bene nel 2015, sapendo che nel 2017 è risultato pari a 33.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Su un insieme di 8 negozi vengono rilevate le seguenti variabili: $Y = \text{fatturato medio giornaliero}$ (in migliaia di Euro), $X = \text{spesa annua di riscaldamento}$ (in migliaia di Euro) e $L = \text{localizzazione del negozio}$ ($c = \text{centrale}$, $p = \text{periferico}$). I dati sono riportati di seguito:

x_i	0.6	0.6	2	1.4	4.8	0.4	0.6	2
y_i	1.2	1.8	2.2	1.5	3.2	1.4	1.7	3.4
l_i	c	c	p	c	p	c	c	p

1. Rappresentare graficamente le coppie dei dati (x_i, y_i) e la funzione di regressione ipotizzando il fatturato in funzione della spesa di riscaldamento.
2. Calcolare, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c + d \cdot W$$

con W variabile dummy, indicatrice della localizzazione periferica del negozio.

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Fornire una interpretazione delle stime dei coefficienti del modello II).
5. Senza effettuare calcoli e motivando la risposta, stabilire l'intervallo di possibili valori assumibili da $\eta_{Y|X}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Il valore di un portafoglio titoli, costituito da un paniere di azioni, si distribuisce come una variabile aleatoria X con distribuzione Normale, di media $\mu = 100$ euro e varianza $\sigma^2 = 100$ euro². Il portafoglio titoli è considerato *svantaggioso* quando il suo valore è inferiore a 82 euro.

1. Calcolare la probabilità che il valore del portafoglio diventi *svantaggioso*.
2. Indicare quale è il valore limite che definisce il 2% superiore dei valori del portafoglio titoli.
3. Assumendo di avere investito in 5 diversi portafogli titoli, tra loro indipendenti ma con le stesse caratteristiche del portafoglio titoli definito sopra, calcolare la probabilità che al più uno sia *svantaggioso*.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 30.01.2019 (Tema 302)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta i dati di 9 località sciistiche italiane per le variabili X : tipologia di neve (con modalità A = artificiale e F = fresca) e Y : % di impianti aperti, nella settimana di Natale.

x_i	A	A	A	A	A	F	F	F	F
y_i	99	89	94	84	94	100	81	89	91

1. Si confronti la variabilità della variabile Y nei gruppi definiti dalla variabile X .
2. Si calcolino la varianza between e la varianza within di Y nei gruppi definiti dalla variabile X . Si commentino i risultati ottenuti.
3. Si rappresenti graficamente la distribuzione di frequenze della variabile X e si calcolino un indice di posizione e uno di variabilità.
4. Costruita la tabella a doppia entrata (X, Y) , con Y riclassificata in 2 classi di uguale ampiezza (pari a 10), a partire da 80, si valuti il grado di connessione tra le due variabili, si calcoli un opportuno indice di connessione tra X e Y .

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base fissa, con base 2009:

anno	NIBF
2009	1
2010	0.90
2011	0.93
2012	1.02
2013	1.09

1. Si costruisca la corrispondente serie dei numeri indici a base mobile.
2. Sapendo che $x_{2011} = 26$, si calcoli x_{2013} .
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2011 al 2013 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati su 8 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	3	1	2	3	2	3	1
y_i	6	5	5	1	5	1	5	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X , scrivendo esplicitamente le coordinate dei punti per cui passa quest'ultima.
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione, individuando il modello migliore:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c + d \cdot X^2$$

3. Si interpretino i coefficienti del modello I).
4. Si determinino i possibili valori del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$ motivando la risposta.
5. Per il modello migliore, si fornisca la previsione in corrispondenza di $X = 5$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Da una ricerca condotta da una rivista automobilistica è risultato che le auto fuoristrada (tipo SUV, Van e Pickup) sono più soggette a ribaltamento se coinvolte in incidenti stradali rispetto alle altre auto. Nel 1997 il 24% degli incidenti ha comportato un ribaltamento di auto; di questi il 15 % ha coinvolto dei fuoristrada, mentre negli incidenti senza ribaltamento la percentuale di fuoristrada coinvolti scende al 5 %.

1. Si calcoli la probabilità che in un incidente, estratto a caso tra i sinistri del 1997, sia coinvolto un fuoristrada.
2. Si calcoli la probabilità che un incidente, estratto a caso tra i sinistri del 1997, sia con ribaltamento sapendo che in esso è coinvolto un fuoristrada.
3. Si calcoli la probabilità che su 10 incidenti, estratti a caso tra i sinistri del 1997, in al più 2 ci sia un ribaltamento di un fuoristrada.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 19.02.2019 (Tema 303)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta alcune informazioni sulla distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	2	3	4	
x_1		8		
x_2		4	2	8
				24

1. Sapendo che la varianza within di Y rispetto ai gruppi definiti dalle categorie della variabile X è uguale alla varianza della distribuzione marginale di Y , si costruisca la distribuzione delle frequenze congiunte delle due variabili.
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali e si confrontino le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ con opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si determini il grado di connessione tra X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La quotazione del Bitcoin ha registrato negli ultimi 5 giorni le seguenti variazioni percentuali:

t	variaz.relativa%	NIBM	NIBF(base = 3)
1	–		
2	+11%		
3	–11%		
4	+12%		
5	–12%		

1. Si costruiscano la serie dei numeri indici a base mobile e la serie dei numeri indici a base fissa con base al tempo 3 per la quotazione del Bitcoin.
2. Si calcoli il numero indice al tempo 4 con base 2, interpretando il valore ottenuto.
3. Si calcoli la media aritmetica dei 4 numeri indici a base mobile ottenuti al punto 1 e si fornisca un intervallo di possibili valori per il tasso medio di variazione della quotazione del Bitcoin tra il tempo 1 e il tempo 5.86

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	2	2	3
y_i	2	2	3	4	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c$$

3. Si individui il modello migliore.
4. Si indichino i valori assunti da $\eta_{Y|X}^2$ ed $\eta_{X|Y}^2$.
5. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 4$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna U_1 contiene 71 palline bianche e 9 palline rosse; l'urna U_2 contiene 21 palline bianche e 29 palline rosse. Si consideri il seguente esperimento. Si lanciano 3 dadi regolari; se questi mostrano tutti la stessa faccia si effettuano 2 estrazioni senza reimmissione dall'urna U_1 altrimenti le 2 estrazioni vengono effettuate dall'urna U_2 .

1. Si calcoli la probabilità che le due palline estratte siano entrambe bianche.
2. Si consideri un gioco per cui si paga una posta di 2Euro e si vincono 6Euro nel caso le 2 palline di cui all'esperimento sopra descritto siano entrambe bianche. Si stabilisca se il gioco è equo.
3. Si calcoli la probabilità che effettuando 200 estrazioni con reimmissione dall'urna U_2 si ottengano almeno 86 palline bianche.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 03.06.2019 (Tema 304-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	1	2	3
x_1	1	1	0
x_2	0	1	1

1. Si rappresenti graficamente la distribuzione di frequenza della condizionata $Y|x_1$ e si confronti il livello di eterogeneità della distribuzione $X|y_2$ con quello della marginale X .
2. Si confrontino la distribuzione condizionata $Y|x_1$ e la marginale Y mediante opportuni indici di posizione e di variabilità.
3. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta la serie storica del fatturato annuo di un'azienda:

t	x_t
2012	50
2013	55
2014	52.25
2015	62.7
2016	62.7

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base mobile e si calcoli, commentando il risultato, il valore di ${}_{2014}I_{2016}$, numero indice al tempo 2016 con base 2014.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2012 al 2014 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2	4	4	4	6

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati.
4. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire con riferimento ai dati in esame riguardo alla relazione tra ρ^2 ed $\eta_{Y|X}^2$.
5. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire con riferimento ai dati in esame riguardo alla relazione tra ρ^2 ed $\eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

L'urna $U1$ contiene 3 palline nere e 1 pallina rossa. L'urna $U2$ contiene 18 palline nere e 1 pallina rossa.

1. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 800 palline dall'urna $U1$ almeno 200 siano rosse.
2. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 40 palline dall'urna $U2$ almeno una sia rossa.
3. Si estra una pallina dall'urna $U1$ e la si metta nell'urna $U2$. Si calcoli la probabilità che estraendo con reimmissione 2 palline dall'urna $U2$ (modificata) si ottengano 2 palline nere.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 17.06.2019 (Tema 304)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Per valutare la dipendenza fra costo orario (in euro) di una prestazione professionale (Y) e giorno di erogazione (X) è stata svolta una indagine di mercato su un campione di 80 committenze. Nella tabella sottostante sono riportate le frequenze congiunte di (X, Y) .

$X \setminus Y$	0 - 10	10 - 30
<i>feriale</i>	40	0
<i>festivo</i>	20	20

1. Fornire una opportuna rappresentazione grafica delle distribuzioni marginali X e Y . $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Calcolare il valore della varianza between e della varianza within per il carattere Y rispetto ai gruppi definiti dal carattere X . Commentare il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Calcolare un opportuno indice di eterogeneità per la variabile X e commentarne il valore. \hookrightarrow
4. Valutare il grado di connessione fra i caratteri X e Y utilizzando un opportuno indice normalizzato. $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La tabella seguente riporta la serie dei numeri indice dei prezzi a base fissa (con anno base 2015) per due beni A e B registrati fra il 2015 e il 2018:

t	$NIBF_A$	$NIBF_B$
2015	1	1
2016	1.05	1
2017	1.05	1.1
2018	1.1	1.1

1. Costruire la serie dei numeri indice a base mobile per il bene A . \hookrightarrow
2. Calcolare il tasso medio di variazione annuo del bene A nell'intervallo 2015-2018 e commentare il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Sapendo che ${}_{2015}q_A = 100$ e ${}_{2015}q_B = 100$ sono le quantità vendute per i beni A e B nel 2015, calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2016 con base al 2015 nell'ipotesi che il prezzo del bene B nell'anno base sia doppio rispetto a quello del bene A . $\hookrightarrow \hookrightarrow$

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento allo studio della dipendenza tra due caratteri quantitativi X e Y , si sono raccolti i dati relativi alle seguenti 5 coppie di osservazioni (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, 5$

x_i	0	0	1	2	2
y_i	1	5	4	4	6

1. Fornire la rappresentazione grafica delle coppie di punti e della funzione di regressione di Y dato X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando le eventuali differenze.
4. Sulla base dei risultati precedenti e senza svolgere ulteriori conti, cosa è possibile dire sui valori di $\eta^2_{Y|X}$? \hookrightarrow
5. Sulla base del miglior modello prevedere il valore di Y in corrispondenza di $X = 3$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

In una comunità la percentuale di pazienti allergici a pollini e graminacee è nota essere pari a 0.2. Sapendo che la probabilità di risultare positivo ad un test se un individuo è allergico è del 0.8 mentre la probabilità di risultare negativo se un individuo non è allergico è pari a 0.6 si risponda alle seguenti domande:

1. Calcolare la probabilità di risultare positivo al test per un individuo selezionato casualmente. \hookrightarrow
2. Calcolare la probabilità di essere allergico, dato che un paziente è risultato positivo al test. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Estraendo quattro individui con reimmissione a caso dalla comunità, calcolare che almeno uno risulti allergico. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 11.07.2019 (Tema 304-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	1 + 3	3 + 7	7 + 9
x_1	12		
x_2		4	2

1. Si completi la distribuzione delle frequenze congiunte, sapendo che il numero totale di unità statistiche è 20, che $M(Y|x_1) = 2$ e che $M(Y|x_2) = 5$.
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali X e Y .
2. Si calcolino media, varianza e coefficiente di variazione per la distribuzione marginale Y .
3. Si costruisca il grafico Box & Whiskers Plot per la distribuzione condizionata $Y|x_2$.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Si riportano i prezzi di un prodotto registrati fra il 2015 e il 2018:

t	x_t
2015	20
2016	22
2017	25
2018	27.1

1. Si costruiscano le serie dei numeri indice a base mobile e a base fissa con base 2015.
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2016 con base 2017 interpretando il valore ottenuto.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2016 e il 2018.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y tranne che per l'osservazione y_2

x_i	2	3	3	3	5
y_i	2		3	4	5

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati, con anche il valore di y_2 tale per cui $\eta_{Y|X}^2 = \rho^2$. Si completi il grafico con la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

I) $Y^* = a + b \cdot X$ II) $Y^* = c$

3. Si indichi, motivando, quale modello presenta il migliore adattamento.
4. Indicare l'intervallo dei valori possibili per $\eta_{X|Y}^2$.
5. Sulla base del miglior modello prevedere il valore di Y in corrispondenza di $X = 3$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

In una sala di un museo sono presenti le 4 opere $\{a, b, c, d\}$. Ogni visitatore può visionare le opere secondo un ordine arbitrario.

1. Si calcoli la probabilità che un visitatore visioni le opere secondo la sequenza d, b, a, c oppure secondo la sequenza b, d, a, c .
2. Si calcoli la probabilità che scelti a caso 3 visitatori, che hanno comportamento indipendente, questi adottino la stessa sequenza di visione delle opere.
3. In prossimità dell'orario di chiusura sono presenti 10 visitatori. Viene data loro la possibilità di visionare una sola opera. Si calcoli la probabilità che almeno 3 visitatori scelgano l'opera a , assumendo che la scelta dell'opera venga effettuata dai visitatori in maniera casuale e indipendente.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 29.08.2019 (Tema 305-1)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione congiunta del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \setminus Y$	1 +3	3 +7	7 +9
x_1	12		
x_2		4	2

1. Si completi la distribuzione delle frequenze congiunte, sapendo che il numero totale di unità statistiche è 20, che $Var(Y|x_1) = 0$ e che la distribuzione $Y|x_2$ è simmetrica. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si rappresentino graficamente la distribuzione marginale X e la distribuzione condizionata $Y|x_2$. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Si confrontino con opportuni indici di posizione e variabilità le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
4. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto:

t	x_t	$NIBF(base = 2013)$	$NIBM$
2012			
2013	24	1	0.5
2014	12		
2015			0.5
2016		0.5	

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti. $\hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione dal 2013 al 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y tranne che per l'osservazione y_3

x_i	3	4	4	4	5
y_i	4	2		6	4

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati, con anche il valore di y_3 tale per cui $\eta_{Y|X}^2 = \eta_{X|Y}^2$. Si completi il grafico con la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: $\hookrightarrow \hookrightarrow$ \hookrightarrow

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c$$

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

1. Si consideri l'allestimento di una sala quadrata (con 4 pareti) con 4 quadri: 2 di Monet e 2 di Chagall. Si calcoli la probabilità che, disponendo in maniera casuale un quadro su ciascuna delle 4 pareti, i due quadri di Monet figurino su 2 pareti opposte. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
2. Si scelgono in maniera casuale 5 opere tra 8 quadri di Manet, 8 di Degas e 4 di Sisley per la composizione di un art visual tour. Si calcoli la probabilità che almeno 3 tra le 5 opere scelte siano di Manet. $\hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow$
3. Il visual tour dura 3 minuti. La probabilità che un generico visitatore completi la visione del tour è pari a 0.98. Si calcoli la probabilità che tra 200 visitatori con comportamento indipendente almeno 198 completino la visione del tour. \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 05.09.2019 (Tema 305)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento a due classi di studenti ($x_1 = A$, $x_2 = B$) viene riportata nel seguente prospetto la distribuzione del numero di esami Y sostenuti durante il primo anno accademico:

$X \setminus Y$	4	5	6	7
x_1	30	40	40	0
x_2	0	40	50	20

1. Si rappresentino graficamente le distribuzioni condizionate di Y dato X .
2. Si confrontino le distribuzioni condizionate di Y dato X calcolando medie e varianze.
3. Utilizzando i risultati al punto precedente si calcoli un indice di dipendenza in media di Y dato X .
4. Senza effettuare calcoli, si dica se può sussistere indipendenza stocastica tra le due variabili motivando la risposta.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Con riferimento alla serie storica di un titolo azionario x_t sono note le informazioni riportate nel seguente prospetto:

t	x_t	$NIBM_t$
1		—
2		1.05
3	100	1.00
4		0.95
5		0.90

1. Si ricostruisca la serie delle osservazioni x_t a partire dalle informazioni disponibili.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra $t = 1$ e $t = 5$ e si interpreti il valore ottenuto.
3. Si determini il valore del titolo al tempo $t = 7$ assumendo tra $t = 5$ e $t = 7$ la stessa variazione (media annua) osservata nei periodi precedenti.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y :

x_i	1	1	3	5	5
y_i	1	2	3	4	5

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione di Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \quad II) Y^* = c \cdot X$$

3. In corrispondenza del modello migliore, si fornisca la previsione per $x = 7$.
4. Si stabilisca, senza effettuare calcoli e giustificando teoricamente la risposta, il valore assunto dagli indici $\eta_{Y|X}^2$ e $\eta_{X|Y}^2$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un'urna contiene 50 palline, di cui 10 rosse, mentre si sa che le restanti possono essere blu o verdi.

1. Si effettuano 5 estrazioni con reimmissione. Si calcoli la probabilità che nessuna delle palline estratte sia rossa.
2. Si ipotizzi ora di effettuare 100 estrazioni con reimmissione. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 20 palline rosse.
3. Sapendo che la probabilità di estrarre 3 palline blu in 3 estrazioni con reimmissione è pari a 0.125, si determini il numero di palline blu contenute nell'urna.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 12.09.2019 (Tema 305-2)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione delle frequenze relative del carattere quantitativo Y condizionate rispetto alle categorie del carattere qualitativo X .

$Y X$	2	5	8	
x_1	0.80	0.10	0.10	1
x_2	0.10	0.10	0.80	1

1. Si completi la distribuzione delle frequenze congiunte sapendo che il numero di unità statistiche con categoria x_1 è 20, e che numero di unità statistiche con categoria x_2 è 80. \hookrightarrow
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$. \hookrightarrow
3. Si confrontino con opportuni indici di posizione e variabilità le distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$. \hookrightarrow \hookrightarrow
4. Si determini il grado di connessione tra le variabili X e Y mediante il calcolo di un opportuno indice. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori del fatturato di un'azienda tra il 2012 e il 2016:

t	x_t	$NIBF(base = 2014)$	$NIBM$
2012	10		
2013	30		
2014	50		
2015	30		
2016	10		

1. Si costruiscano le serie dei numeri indici a base fissa, con base 2014, e a base mobile. \hookrightarrow \hookrightarrow
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2014 con base 2013 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2012 e il 2015 e si commenti il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y tranne che per l'osservazione y_3

x_i	1	1	2	3	3
y_i	2	8		3	7

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati, con anche il valore di y_3 tale per cui $\eta_{Y|X}^2 = 0$ ed $\eta_{X|Y}^2 = 1$. Si completi il grafico con la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X . \hookrightarrow
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione: \hookrightarrow \hookrightarrow

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 3$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Lo sfondo di una pagina web viene ridefinito a ogni visualizzazione estraendo in maniera casuale e indipendente un'opera tra 8 quadri di Kandinskij, 8 di Mondrian e 4 di Delaunay.

1. Si calcoli la probabilità che un soggetto che effettua 5 visualizzazioni trovi come sfondo un quadro di Kandinskij in 3 visualizzazioni consecutive. \hookrightarrow
2. Si calcoli la probabilità che un soggetto che effettua 5 visualizzazioni trovi come sfondo un quadro di Kandinskij in almeno 3 visualizzazioni. \hookrightarrow \hookrightarrow
3. Si calcoli la probabilità che un quadro di Kandinskij figuri come sfondo in almeno 31 visualizzazioni su 100. \hookrightarrow

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 15.01.2020 (Tema 306)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ \hookrightarrow vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta le distribuzioni relative condizionate – ricavate a seguito di una indagine campionaria condotta su $n = 150$ automobilisti – della variabile $Y = \text{Ore al giorno trascorse alla guida della macchina}$ rispetto alla variabile $X = \text{Utilizzo delle cinture di sicurezza}$:

$Y X$	0 + 2	2 + 5	5 + 7	
$sì$	0.2	0.3	0.5	1
no	0.6	0.3	0.1	1

1. Dopo avere rappresentato graficamente la variabile $Y|X = sì$, \hookrightarrow se ne calcoli la moda. \hookrightarrow È possibile dire che la moda coincide con la mediana di $Y|X = sì$? \hookrightarrow
2. Costruire la tabella delle frequenze congiunte sapendo che il 60% dei lavoratori intervistati usa la cintura di sicurezza. \hookrightarrow
3. Confrontare, con opportuni indici di posizione e di variabilità, la distribuzione della variabile Y (ore al giorno trascorse alla guida) nei due gruppi di utilizzatori ($X = sì$) e non utilizzatori ($X = no$) della cintura di sicurezza. Commentare il risultato ottenuto. \hookrightarrow
4. Senza effettuare calcoli e motivando la risposta, dire se l'indice di mutabilità normalizzato di X assume un valore più vicino a 0 o a 1. \hookrightarrow
5. Calcolare un indice di connessione tra X e Y e commentare il risultato ottenuto. \hookrightarrow

ESERCIZIO 2. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Si consideri il seguente prospetto che riporta i $NIBF$ (base=2015) di un bene dal 2015 al 2018:

t	$NIBF(\text{base} = 2015)$	$NIBM$
2015	1	
2016	1	
2017	1.1	
2018	0.96	
2019		

1. Ricostruire la serie dei $NIBM$ dal 2015 al 2018. \hookrightarrow
2. Sapendo che il bene ha subito un decremento medio annuo del 10% dal 2015 al 2019, completare la tabella con il valore dei numeri indici a base fissa e a base mobile al tempo 2019. \hookrightarrow
3. Calcolare il valore del bene nel 2019, sapendo che nel 2018 è risultato pari a 21. \hookrightarrow

ESERCIZIO 3. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Su un insieme di 5 individui vengono rilevate le seguenti variabili: $X = \text{numero di regali di Natale}$, $Y = \text{importo speso per i regali (in centinaia di Euro)}$ e $G = \text{genere (} f = \text{femmina, } m = \text{maschio)}$. I dati sono riportati di seguito:

x_i	2	6	4	2	4
y_i	1	6	5	3	3
g_i	f	f	f	m	m

1. Costruire il grafico delle coppie dei dati (x_i, y_i) e della funzione di regressione della spesa in funzione del numero di regali. \hookrightarrow
2. Calcolare, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione: \hookrightarrow

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c + d \cdot W$$

con W variabile dummy, indicatrice del genere femmina, ($w_i = 0$ se $g_i = m$, $w_i = 1$ se $g_i = f$).

3. Confrontare gli indici di adattamento, commentando i risultati. \hookrightarrow
4. Fornire una interpretazione delle stime dei parametri del modello II). \hookrightarrow
5. Senza effettuare calcoli e motivando la risposta, indicare il valore di $\eta^2_{Y|X}$. \hookrightarrow

ESERCIZIO 4. \hookrightarrow vai alla soluzione dell'esercizio

Una ricerca ha evidenziato che i tempi di gestazione delle donne in gravidanza seguono una distribuzione Normale con media $\mu = 270$ giorni e varianza $\sigma^2 = 900$.

1. Indicare quale è la probabilità che un bambino nasca dopo 274 giorni. \hookrightarrow
2. Sapendo che la probabilità che un bambino nasca prematuro è del 2%, stabilire quale è il tempo gestazionale minimo (numero di giorni) affinché un bambino non sia considerato prematuro. \hookrightarrow
3. Un ginecologo ha in carico 10 donne in gravidanza: quale è la probabilità che almeno una di loro abbia un parto prematuro? \hookrightarrow \hookrightarrow

ESERCIZIO 5.

Esercizio teorico sul confronto tra ρ^2 ed η^2 .

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 29.01.2020 (Tema 307)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

Il prospetto seguente riporta la distribuzione delle frequenze congiunte del carattere qualitativo X e del carattere quantitativo Y .

$X \backslash Y$	9	12	15
x_1	1	2	
x_2		1	

1. Si completi la distribuzione delle frequenze congiunte in modo che la mediana e la media aritmetica della distribuzione condizionata $Y|x_1$ risultino 12 e che il coefficiente di variazione della distribuzione condizionata $Y|x_2$ sia nullo.
2. Si rappresentino graficamente le distribuzioni marginali di X e Y .
3. Si ricavino i valori della media e della varianza della distribuzione marginale Y a partire dalle medie e varianze delle distribuzioni condizionate $Y|x_1$ e $Y|x_2$ e si indichi il valore del rapporto di correlazione $\eta_{Y|X}^2$.
4. Si confrontino con opportuni indici di posizione e variabilità la distribuzione condizionata $Y|x_1$ e la distribuzione marginale Y .

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta alcune informazioni sui numeri indici con base fissa 2012 ($NIBF(base = 2012)$), sui numeri indici a base mobile ($NIBM$) e sulle variazioni percentuali rispetto all'anno precedente ($variaz.relative\%$) riferiti ai valori del fatturato di un'azienda tra il 2012 e il 2016:

t	$NIBF(base = 2012)$	$NIBM$	$variaz.relative\%$
2012			
2013	1.11		
2014			+11%
2015		1.11	
2016	0.78		

1. Si completi il prospetto con i dati mancanti.
2. Si calcoli il numero indice al tempo 2013 con base 2016 e si commenti il risultato ottenuto.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2013 e il 2016 e si commenti il risultato ottenuto.

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 5 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	2	2	3
y_i	2	4	2	6	5

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e la funzione di regressione ipotizzando Y in funzione di X .
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = c \cdot X$$

3. Senza svolgere i conti, cosa è possibile dire con riferimento ai dati in esame riguardo alla relazione tra ρ^2 ed $\eta_{X|Y}^2$?
4. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 3$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un albero di Natale è addobbato con led di diversi colori: 20 bianchi, 15 rossi e 15 verdi. A ogni accensione 3 diversi led si illuminano mentre i restanti 47 restano spenti.

1. Si dica quale v.c. descrive il numero di led bianchi che si illuminano in una accensione e si calcoli il suo valore medio.
2. Si calcoli la probabilità che in una accensione sia illuminato almeno 1 led bianco.
3. Si calcoli la probabilità che in una accensione siano illuminati 3 led tutti dello stesso colore.

Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano

FACOLTÀ DI ECONOMIA - LETTERE E FILOSOFIA

Prova scritta di STATISTICA del 19.02.2020 (Tema 308)

Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.

Studente _____ matricola _____ vai al tema con le soluzioni

ESERCIZIO 1. vai alla soluzione dell'esercizio

La seguente tabella riporta le informazioni sul peso, variabile X (misurato in Kg), e sul tipo di sospensione, variabile Y (con modalità FU =integrata e FE =frontale), di 8 tipi di mountain bike:

x_i	7	12	12	12	12	12	13	14
y_i	FU	FE	FE	FU	FU	FE	FU	FU

1. Si rappresenti graficamente la distribuzione di frequenza della variabile Y e si calcolino opportuni indici di posizione e di variabilità. Si commentino i risultati.
2. Si confronti la variabilità di X nei gruppi definiti dalla variabile Y .
3. Si calcolino la varianza between e la varianza within di X nei gruppi definiti dalla variabile Y . Si commentino i risultati ottenuti.
4. Si costruisca la tabella a doppia entrata (W, Y) , con W variabile qualitativa con categorie: $w_1 = leggera$ se il peso X è minore o UGUALE a 12 e $w_2 = pesante$ se il peso X è maggiore di 12. Si indichi se le variabili possono ritenersi stocasticamente indipendenti.

ESERCIZIO 2. vai alla soluzione dell'esercizio

Per i prezzi di due beni A e B sono state calcolate le seguenti serie dei numeri indici negli anni 2012-2016, con base fissa 2012 ($NIBF_A$) per il bene A e con base mobile per il bene B ($NIBM_B$):

t	$NIBF_A$	$NIBM_B$
2012	1	—
2013	1.01	1.01
2014	1.05	1.1
2015	1.16	1.2
2016	1.15	1.3

1. Costruire le serie dei $NIBM$ per il bene A e dei $NIBF$ con base 2012 per il bene B .
2. Dire, giustificando la risposta, quale dei due beni ha avuto maggior variazione media annua negli anni considerati.
3. Sapendo che le quantità vendute dei due beni nel 2012 sono rispettivamente $q_A = 1.2$ e $q_B = 0.1$ calcolare l'indice di Laspeyres dei prezzi al 2013, con base 2012 (ipotizzando, se necessario, che i prezzi dei due beni nell'anno base siano uguali ai corrispondenti $NIBF$ dell'anno 2016 con base 2012).

ESERCIZIO 3. vai alla soluzione dell'esercizio

Il seguente prospetto riporta i valori rilevati in corrispondenza a 8 unità statistiche con riferimento a due caratteri quantitativi X e Y

x_i	1	1	2	3	3	4	5	5
y_i	3	3	5	6	6	7	10	10

1. Si rappresentino graficamente le coppie dei dati e le medie condizionate di Y in funzione di X e si indichi il grado del polinomio mediante il quale è possibile rappresentare la funzione di regressione.
2. Si calcolino, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri e l'indice di adattamento dei seguenti modelli di regressione:

$$I) Y^* = a + b \cdot X \qquad II) Y^* = e^{cX}$$

3. Senza svolgere i calcoli ma motivando la risposta si dica quali valori possono assumere $\eta_{X|Y}^2$ ed $\eta_{Y|X}^2$.
4. Sulla base del miglior modello si preveda il valore di Y in corrispondenza di $X = 6$.

ESERCIZIO 4. vai alla soluzione dell'esercizio

Un giocatore professionista di basket in un certo momento di una partita deve tirare due tiri liberi in sequenza. Si supponga di sapere che: la probabilità che metta a segno il primo tiro sia 0.1; la probabilità che realizzi il secondo tiro, dato che il primo sia andato a segno, sia pari a 0.2 e che la probabilità che il giocatore realizzi il secondo tiro, dato che il primo NON sia andato a segno sia 0.45.

1. Calcolare la probabilità che realizzi il canestro in entrambi i tiri.
2. Dire, motivando la risposta, se i risultati dei due tiri sono indipendenti.
3. Calcolare la probabilità che realizzi il canestro in uno solo dei due tiri (considerare tutte le possibili coppie di tiri).
4. Sapendo che alla fine della stagione il giocatore ha fatto 150 tiri liberi singoli, si calcoli la probabilità che abbia messo a segno almeno 20 tiri, ipotizzando che i risultati dei tiri liberi singoli siano tra loro indipendenti.